GUIA MATEMÁTICA PRÁTICA

GUIA

MATEMÁTICA PRÁTICA

RESPOSTAS PARA AS DÚVIDAS MAIS FREQUENTES!

- Sistema de equações
- Medida de Comprimento
- Medida de Área • Medida de Volume
- Medida de Tempo
- Progressão Aritmética e Geométrica
- Equação do 2º grau
- Exercícios
- Questões respondidas

TEORIA
EXEMPLOS
EXERCÍCIO

MAIS DE 50 MIL EXEMPLARES VENDIDOS!

EDICASE digital

EdiCase Gestão de Negócios

Direção Geral
Joaquim Carqueijó

Gestão de Canais
Vanusa Batista
e Wellington Oliveira

Gestão Administrativa Financeira
Elisiane Freitas, Vanessa Pereira,
e Pedro Moura

Mídias Digitais
Clausilene Lima e Sergio Laranjeira

Distribuição em Bancas e Livrarias
Total Express Publicações (Grupo Abril)

EdiCase europa

Sócia-gerente
Adriana Andrade:
geral@edicase.pt

EdiCase publicações

Publisher
Joaquim Carqueijó

Atendimento ao Leitor
Redação
atendimento@caseeditorial.com.br

Redação
Matilde Freitas (MTB 67769/SP)
e Saula Lima (MTB 82535/SP)

Direção de Arte
Tami Oliveira

Design
Ligia Fagundes

Edições Anteriores
www.caseeditorial.com.br

Vendas no Atacado
vanusa@edicase.com.br
(11) 3772-4303

Produto desenvolvido por:

Editora Filiada
ANER
www.aner.org.br

Índice

01. Sistema de Equações

Mostraremos duas maneiras de resolver **Sistemas de Duas Equações do 1º grau** com duas incógnitas. Pelo método da substituição e pelo método da adição. Veja:

Método da Substituição

$$\begin{cases} x + y = 8 & \text{equação I} \\ x - y = 4 & \text{equação II} \end{cases}$$

Escolhemos uma das duas equações (escolhemos a II) e isolamos o "x".

$$\Rightarrow x - y = 4$$

1º membro   2º membro

Quando o "y" passa para o 2º membro da igualdade, ele troca o sinal.

$$\Rightarrow x = 4 + y$$

Agora, na equação I, substituimos o "x" pelo valor encontrado (4 + y) descobrindo o valor de "y".

$$\Rightarrow x + y = 8$$

$$\Rightarrow 4 + y + y = 8$$

$$\Rightarrow 4 + 2y = 8$$

$$\Rightarrow 2y = 8 - 4 \quad \Rightarrow 2y = 4$$

$$\Rightarrow y = \frac{4}{2} \quad \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

Substituindo o valor de "y" em qualquer uma das duas equações achamos "x". Escolhemos a equação I, veja:

$$\Rightarrow x + y = 8 \quad \Rightarrow x + 2 = 8$$

$$\Rightarrow x = 8 - 2 \quad \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

Resposta: x = 6 e y = 2.

Método da Adição

$$\begin{cases} x + y = 8 & \text{equação I} \\ x - y = 4 & \text{equação II} \end{cases}$$

Faremos a adição das duas equações (I e II) que formam o Sistema. Veja:

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = 8 \\ +\ \ x - \cancel{y} = 4 \\ \hline 2x \quad\ = 12 \end{array}$$

A intenção da adição é "desaparecer" com uma das incógnitas isolando a outra. Neste caso, eliminamos o "y" ao somarmos os sinais contrários de mesmo valor.

$$\Rightarrow 2x = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{2} \quad \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

Substituindo o valor de "x" em qualquer uma das duas equações achamos "y":

$$\Rightarrow x + y = 8 \quad \Rightarrow 6 + y = 8$$

$$\Rightarrow y = 8 - 6 \quad \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

...ou então:

$$\Rightarrow x - y = 4 \quad \Rightarrow 6 - y = 4$$

$$\Rightarrow -y = 4 - 6 \quad \Rightarrow \cancel{-}y = \cancel{-}2$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 2}$$

Resposta: x = 6 e y = 2.

Com estes exemplos podemos deduzir que o método da adição é mais fácil de compreender pois utiliza menos etapas e encontra logo no primeiro cálculo uma das incógnitas. Veja outros casos:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 27 & \text{equação I} \\ 5x - 3y = 16 & \text{equação II} \end{cases}$$

Lembre-se que devemos sempre eliminar uma das incógnitas para achar a outra. Neste caso multiplicaremos a equação I pelo coeficiente do y da equação II e multiplicaremos a equação II pelo coeficiente do y da equação I. Com isso, o "y" some.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 27 \quad .3 & \rightarrow 3.3x + 3.4y = 3.27 & \rightarrow 9x + 12y = 81 \\ 5x - 3y = 16 \quad .4 & \rightarrow 4.5x - 4.3y = 4.16 & \rightarrow 20x - 12y = 64 \end{cases}$$

Portanto, fazendo a adição das duas equações:

$$\begin{array}{rl} 9x + \cancel{12y} & = 81 \\ +\ 20x - \cancel{12y} & = 64 \\ \hline 29x \qquad & = 145 \end{array}$$

Observe que na adição das duas equações o "y" se anula ($\cancel{+12}y$ e $\cancel{-12}y$). Com isso determinamos "x" = 5.

$$\rightarrow 29x = 145 \qquad \rightarrow x = \frac{145}{29} \qquad \rightarrow x = 5$$

Substituindo o valor de "x" em qualquer uma das duas equações descobrimos o valor de "y" (escolhemos a equação II).

➡ $5x - 3y = 16$ ➡ $5.5 - 3y = 16$ ➡ $25 - 3y = 16$

➡ $- 3y = 16 - 25$ ➡ $- 3y = - 9$ ➡ $\cancel{-} 3y = \cancel{-} 9$

➡ $y = \frac{9}{3}$ ➡ $y = 3$

Resposta: O valor de $x = 5$ e $y = 3$.

Mais um caso:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 & \text{equação I} \\ 3x + 2y = 10 & \text{equação II} \end{cases}$$

Lembre-se que devemos sempre eliminar uma das incógnitas para achar a outra. Neste caso multiplicaremos a equação I pelo coeficiente do y da equação II (mas com sinal negativo) e multiplicaremos a equação II pelo coeficiente do y da equação I. Com isso, o "y" some.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \;.\, -2 \Rightarrow -2.2x + -2.3y = -2.10 \Rightarrow -4x - 6y = -20 \\ 3x + 2y = 10 \;.\; 3 \Rightarrow 3.3x + 3.2y = 3.10 \Rightarrow 9x + 6y = 30 \end{cases}$$

Portanto, fazendo a adição das duas equações:

$$\begin{array}{rl} & -4x \cancel{- 6y} = -20 \\ + & 9x \cancel{+ 6y} = 30 \\ \hline & 5x \quad = 10 \end{array}$$

Observe que, além da multiplicação para igualar o "y", invertemos o sinal da equação inteira para o resultado da somatória de "y" se anular ($-\cancel{6y}$ e $+\cancel{6y}$).

➡ $5x = 10$ ➡ $x = \frac{10}{5}$ ➡ $x = 2$

Substituindo o valor de "x" em qualquer uma das duas equações descobrimos o valor de "y" (escolhemos a equação II).

➡ $3x + 2y = 10$ ➡ $3.2 + 2y = 10$ ➡ $6 + 2y = 10$

➡ $2y = 10 - 6$ ➡ $2y = 4$ ➡ $y = \frac{4}{2}$ ➡ $y = 2$

Resposta: O valor de $x = 2$ e $y = 2$.

Dica: aconselhamos a resolver sistemas de equaçao do 1º grau pelo método da adição pois consiste em deixar os coeficientes de uma incógnita opostos (nos casos vistos, "y"). Assim, somando membro a membro as duas equações, nos deparamos numa equação com uma única incógnita (nos casos vistos, "x").

NA PRÁTICA:

Comuns são os problemas relacionados à Sistemas em exa-mes vestibulares e concursos. Apresentam-se nas mais variadas formas. Veja:

1 - Em uma fazenda há porcos e perus, num total de 27 animais e 84 patas. Quantos são os porcos e quantos são os perus?

A primeira coisa a se fazer é separar os dados e traduzir o problema em dados matemáticos:

O enunciado diz que o número total de patas é 84. Não se esqueça que um porco tem 4 patas (4x) e um Peru tem 2 patas (2y).

Quantidade de Porcos: x
Quantidade de Perus: y
Total de Porcos e Perus: x + y = 27
Total de patas de Porcos e patas de Perus: 4x + 2y = 84

Com isso, montamos o sistema: $\begin{cases} x + y = 27 & \text{equação I} \\ 4x + 2y = 84 & \text{equação II} \end{cases}$

Lembre-se que devemos sempre eliminar uma das incógnitas para achar a outra. Então multiplicaremos a equação I pelo coeficiente do y da equação II (mas com sinal negativo). Com isso, no métoda da adição de equações, o "y" desaparece.

$$\begin{cases} x + y = 27 \ .\ -2 \\ 4x + 2y = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -2.x + -2.y = -2.27 \\ 4x + 2y = 84 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} -2x - 2y = -54 \\ 4x + 2y = 84 \end{matrix}$$

Fazendo a adição das duas equações:

$$\begin{array}{r} -2x - \cancel{2y} = -54 \\ +\ \ 4x + \cancel{2y} = 84 \\ \hline 2x \qquad = 30 \end{array}$$

Observe que na adição das duas equações o "y" se anula ($-\cancel{2y}$ e $+\cancel{2y}$). Com isso determinamos "x" = 15.

$\Rightarrow 2x = 30 \qquad \Rightarrow x = \dfrac{30}{2} \qquad \Rightarrow x = 15$

Substituindo o valor de "x" em qualquer uma das duas equações descobrimos o valor de "y" (escolhemos a equação I).

➡ $x + y = 27$ ➡ $15 + y = 27$ ➡ $y = 27 - 15$

➡ $y = 12$

Resposta: São 15 porcos ($x = 15$) e 12 perus ($y = 12$).

2 - Em um show de rock, o preço da arquibancada é R$ 10,00 e o da cadeira numerada, R$ 30,00. Se 1575 pessoas compareceram ao show e a renda foi de R$ 26.950,00, quantas usaram a arquibancada?

Separando os dados e traduzindo o problema em dados matemáticos:

Veja que os valores das entradas compoem a equação II totalizando 26.950.

Número de pessoas da arquibancada: x
Número de pessoas da cadeira numerada: y
Total de pessoas da arquibancada e numerada: $x + y = 1575$
Total arrecadado e valores das entradas: $10x + 30y = 26.950$

Com isso, montamos o sistema: $\begin{cases} x + y = 1575 & \text{equação I} \\ 10x + 30y = 26950 & \text{equação II} \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 1575 \quad . -30 \\ 10x + 30y = 26.950 \end{cases}$ ➡ $\begin{matrix} -30x - 30y = -47.250 \\ 10x + 30y = 26.950 \end{matrix}$

Fazendo a adição das duas equações:

$$\begin{array}{rl} -30x - \cancel{30}y = & -47250 \\ +\ 10x + \cancel{30}y = & 26950 \\ \hline -20x \quad\quad = & -20.300 \end{array}$$

Observe que na adição das duas equações o "y" se anula (-~~30~~y e +~~30~~y). Com isso achamos "x".

➡ $\cancel{-}20x = \cancel{-}20.300$ ➡ $x = \dfrac{20.300}{20}$ ➡ $x = 1.015$

O problema terminaria aqui pois a pergunta é quantas pessoas usaram a arquibancada (“x”). Caso perguntasse sobre as pessoas que usaram a numerada, bastaria substituir o valor de “x” em qualquer uma das duas equações (escolhemos a I).

➡ $x + y = 1575$ ➡ $1015 + y = 1575$ ➡ $y = 1575 - 1015$

➡ $y = 560$

Resposta: 1.015 usaram a arquibancada e 560 a numerada.

3 - A diferença entre dois números é 3 e a soma do primeiro com o dobro do segundo é 45. Encontre os números.

Separando os dados e traduzindo em dados matemáticos:

Diferença entre dois números igual a 3: $x - y = 3$
Soma do 1º com o dobro do 2º igual a 45: $x + 2y = 45$

Com isso, montamos o sistema: $\begin{cases} x - y = 3 & \text{equação I} \\ x + 2y = 45 & \text{equação II} \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 3 \;.2 \\ x + 2y = 45 \end{cases}$ ➡ $\begin{matrix} 2.x - 2.y = 2.3 \\ x + 2y = 45 \end{matrix}$ ➡ $\begin{matrix} 2x - 2y = 6 \\ x + 2y = 45 \end{matrix}$

Fazendo a adição das duas equações:

$$\begin{array}{rl} & 2x - \cancel{2y} = 6 \\ + & x + \cancel{2y} = 45 \\ \hline & 3x \qquad = 51 \end{array}$$

Observe que na adição das duas equações o “y” se anula ($\cancel{-2y}$ e $\cancel{+2y}$). Com isso achamos “x”.

➡ $3x = 51$ ➡ $x = \frac{51}{3}$ ➡ $x = 17$

Substituindo o valor de “x” em qualquer uma das duas equações descobrimos o valor de “y” (escolhemos a equação I).

$\Rightarrow$ $x - y = 3$ $\Rightarrow$ $17 - y = 3$ $\Rightarrow$ $-y = 3 - 17$

$\Rightarrow$ $\cancel{-}y = \cancel{-}14$ $\Rightarrow$ $y = 14$

Resposta: Os números são 17 (“x”) e 14 (“y”).

4 - Um bando de macacos ocupa uma árvore na floresta. Se ficasse cada macaco no seu galho, sobraria 1 macaco sem galho. Se se ficassem dois macacos em cada galho, sobraria dois galhos sem macaco. Quantos são os macacos e os galhos?

<u>Separando os dados</u> e <u>traduzindo</u> em <u>dados matemáticos</u>:

Número de macacos: x
Número de galhos: y
Cada macaco no seu galho sobra 1 macaco: $x - y = 1$

> Desta forma sobra 1 macaco, portanto existem mais macacos do que galhos, logo: o número de macacos menos o número de galhos é igual a 1.

Dois macacos em cada galho sobram 2 galhos: $y + \frac{x}{2} = 2$

> Como sobram 2 galhos, significa que o número de galhos mais a metade dos macacos é igual aos 2 galhos que sobram.

Com isso, <u>montamos o sistema</u>: $\begin{cases} x - y = 1 & \text{equação I} \\ y + \frac{x}{2} = 2 & \text{equação II} \end{cases}$

Veja que a equação II possui <u>fração</u>, vamos <u>eliminá-la</u>:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ y + \frac{x}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x - y = 1 \\ \frac{y}{1} + \frac{x}{2} = \frac{2}{1} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x - y = 1 \\ \frac{1y}{2}{\scriptstyle .2} + \frac{1x}{2} = \frac{2}{2}{\scriptstyle .2} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x - y = 1 \\ \frac{2y}{\cancel{2}} + \frac{1x}{\cancel{2}} = \frac{4}{\cancel{2}} \end{matrix}$$

> Lembre-se que, para <u>somar</u> ou <u>subtrair</u> frações <u>de denominadores diferentes</u>, devemos <u>reduzi-las ao mesmo denominador</u>. Para reduzir o <u>denominador</u> encontramos o <u>MMC</u> <u>entre eles</u>, então: <u>MMC (2, 1)</u> = 2. Assim podemos <u>eliminar o denominador</u>.

Mas a equação II pode ser escrita de uma maneira mais clara:

➡ $x - y = 1$ ➡ $x - y = 1$

➡ $2y + x = 4$ ➡ $-x + 2y = 4$

Veja que, desta maneira, fica fácil resolver a adição das equações I e II como aprendemos.

Fazendo a adição das duas equações:

$$\begin{array}{r} \cancel{x} - y = 1 \\ + \cancel{-x} + 2y = 4 \\ \hline + 1y = 5 \end{array}$$

Observe que na adição das duas equações, desta vez é o "x" que se anula ($\cancel{x}$ e $-\cancel{x}$). Com isso achamos "y".

➡ $y = 5$

Substituindo o valor de "y" em qualquer uma das duas equações descobrimos o valor de "x" (escolhemos a equação I).

➡ $x - y = 1$ ➡ $x - 5 = 1$ ➡ $x = 1 + 5$

➡ $x = 6$

Resposta: São 6 macacos ("x") e 5 galhos ("y").

Repare que o símbolo que representa os sistemas, que pode ser definido como um conjunto formado por duas equações do primeiro grau, é a chave envolvendo as equações: $\{$

Muitas vezes a questão não possui enunciado descritivo, portanto o examinado deve entender que se trata de um problema de matemática, do segmento sistemas de equações em que "x" e "y" devem atender as duas simultaneamente.

Muitas vezes, em uma questão com alternativas e equações de números pequenos (de 0 até 10), podemos simplesmente usar o raciocínio lógico para testar (substituir x e y) as alternativas e chegar ao correto resultado. Veja a questão 5 (pág. 70).

02. Equação do 2º grau

Equação do 2º grau ou equação quadrática é aquela que apresenta a seguinte estrututra:

a, b e c são números reais e coeficientes da equação

$$ax^2 + bx + c = 0$$

incógnita

Se a, b e c forem ≠ 0, a equação é completa
Se b ou c for = 0, a equação é incompleta

Para resolver equações completas do 2º grau, assunto sempre presente em exames, utilizamos a fórmula de Bháskara, veja:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

O que vai dentro da raiz é chamado de Δ (delta) ou "$b^2 - 4ac$".

Veja que a equação do 2º grau pode ter até duas raízes reais devido ao sinal ± que nos dá duas opções.

NA PRÁTICA:

Para resolver equações de 2º grau basta identificar os valores de a, b e c e aplicar a fórmula de Bháskara, veja:

1 - Resolva a equação do 2º grau: $x^2 - 5x + 6 = 0$

Comparando com a estrutura $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, identificamos a, b e c da equação do 2º grau.

$$\boxed{\begin{array}{l} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{array}}$$

Agora podemos usar a fórmula de Bháskara ⟶

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1}$$

Lembre-se: quando em uma expressão aritmética aparecem parênteses, eles devem ser resolvidos primeiro. Depois seguimos resolvendo as potências, raízes, multiplicações, divisões e, por último, as adições e subtrações.

Observe que, na fórmula de Bháskara você deve conhecer praticamente todos os temas principais da matemática vistos até aqui como adição, subtração, multiplicação, divisão, fração (revista Matemática pata Todos nº 1), potenciação, expressões aritméticas, regras dos sinais, MMC e radiciação (revista Matemática pata Todos nº 2). Por esse motivo a equação do 2º grau é uma questão clássica para os examinadores.

Importante: siga as regras de sinais para adição e subtração (Sinais iguais = somar os valores e atribuir mesmo sinal; Sinais diferentes = subtrair os valores absolutos e atribuir o sinal do número de maior valor) e também para a multiplicação e divisão (Sinais iguais = resultado positivo (+); Sinais diferentes = resultado negativo (-)). Para não se confundir use sempre parênteses agrupando os sinais ao número e lembre-se que, se o número não possui sinal, significa que ele é positivo (+). Se não possui multiplicando, significa que seu multiplicando é 1.

Resolvendo a equação por partes:

$-(-5) \rightarrow +5$

parte 2

parte 1

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1}$$

parte 3

$2.1 \rightarrow 2$

$\Delta \rightarrow (-5)^2 - 4.1.6$

$\rightarrow (-5.-5) - 24$

$\rightarrow +25 - 24$

$\rightarrow +1$

$\rightarrow 1$

Note que a 1ª parte à resolver é o Δ (delta) pois ele é o discriminante da equação em 3 situações possíveis: $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ ou $\Delta < 0$

Juntando as 3 partes:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} \rightarrow \frac{6}{2} \rightarrow \boxed{3}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} \rightarrow \frac{4}{2} \rightarrow \boxed{2}$$

Note que é nesta etapa em que a equação do 2º grau pode ter duas raízes reais devido ao sinal $\pm$ que nos permite continuar com duas opções: x_1 (adição) e x_2 (subtração).

Resposta: a equação tem duas raízes reais e diferentes ($\Delta > 0$).

2 - Resolva a equação do 2º grau: $x^2 - 4x + 4 = 0$

Comparando com a estrutura $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, identificamos a, b e c da equação do 2º grau.

a = 1
b = -4
c = 4

Agora podemos usar a fórmula de Bháskara ➡ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$-(-4) \rightarrow +4$ (parte 2)

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.4}}{2.1}$$

parte 1: $\Delta \rightarrow (-4)^2 - 4.1.4 \rightarrow (-4.-4) - 16 \rightarrow +16 - 16 \rightarrow 0$

parte 3: $2.1 \rightarrow 2$

Juntando as 3 partes:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} \rightarrow \frac{4 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{4 + 0}{2} \rightarrow \frac{4}{2} \rightarrow \boxed{2}$$

$$x_2 = \frac{4 - 0}{2} \rightarrow \frac{4}{2} \rightarrow \boxed{2}$$

Resposta: a equação tem duas raízes iguais ($\Delta = 0$).

3 - Resolva a equação do 2º grau: $x^2 - 2x + 4 = 0$

Comparando com a estrutura $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, identificamos a, b e c da equação do 2º grau.

a = 1
b = -2
c = 4

Usando Bháskara ➡ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (parte 1)

$\Delta \rightarrow (-2)^2 - 4.1.4 \rightarrow (-2.-2) - 16 \rightarrow +4 - 16$

$\Delta \rightarrow -12$

Resposta: a equação não tem raízes ($\Delta < 0$).

Com esses três exemplos anteriores podemos afirmar que:

Quando $\Delta > 0$	a equação tem duas raízes
Quando $\Delta = 0$	a equação tem uma raíz
Quando $\Delta < 0$	a equação não tem raízes

Temos também o caso da equação do 2º grau incompleta (quando o termo "b" ou "c" for = a zero), o que elimina parte ou toda a sentença, veja:

Estrutura da equação do 2º grau $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$

Se "b" ou "c" for igual a zero tal parte da sentença se anula pois qualquer número multiplicado por zero é igual a zero (b.x = 0.x = 0) e qualquer número somado a zero é ele mesmo.

1 - Resolva a equação $x^2 - 9 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 0 \quad \Rightarrow x^2 = 0 + 9$

$\Rightarrow x^2 = 9 \quad \Rightarrow x = \pm\sqrt{9}$

$\Rightarrow \boxed{x = \pm 3}$

Note que na equação incompleta do 2º grau não precisamos de fórmulas. Nesta equação falta o elemento "b" ou seja b = 0. Portanto, basta isolar a incógnita para chegar à resposta positiva e negativa.

2 - Resolva a equação $x^2 - 9x = 0$

$\Rightarrow x^2 - 9x = 0 \quad \Rightarrow x.(x - 9) = 0$

Se esse produto é igual a zero, então:

$\boxed{x_1 = 0}$ ou $x_2 - 9 = 0$

$\Rightarrow x_2 = +9$

$\Rightarrow \boxed{x_2 = 9}$

Note que nesta equação falta o elemento "c" ou seja c = 0. Portanto, basta fatorar o fator comum "x" para chegar às respostas possíveis que são (0 e 9).

3 - Resolva a equação $2x^2 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 = 0 \quad \Rightarrow x^2 = \dfrac{0}{2} \quad \Rightarrow x^2 = 0$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{0} \quad \Rightarrow \boxed{x = 0}$

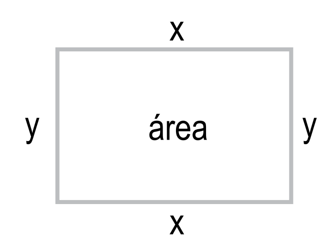
Note que nesta equação faltam os elementos "b" e "c" ou seja b = c = 0. Portanto, é uma equação nula (x = 0).

NA FORMA DE PROBLEMAS:

1 - Temos material para fazer 54 m de cerca. Precisamos de um cercado retangular com 180m² de área. Quanto devem medir os lados do cercado?

Como todo problema, vamos <u>separar os dados</u> e <u>traduzir</u> em <u>dados matemáticos</u>:

<u>Comprimento</u> do cercado: x
<u>Largura</u> do cercado: y
<u>Perímetro</u> que pode ser construído: 54 m



Perímetro é a medida do comprimento de um contorno, ou seja:

$x + y + x + y = 54 \Rightarrow 2x + 2y = 54$

<u>Área</u> do cercado: <u>base . altura</u> $\Rightarrow$ $x \cdot y = 180m^2$

Observe que temos <u>duas equações</u> com <u>duas variáveis</u> (x e y):

$$\begin{cases} 2x + 2y = 54 \; :2 & \text{equação I} \\ x \;.\; y = 180 & \text{equação II} \end{cases}$$

Podemos dividir a equação I por 2 que ela não se altera (simplificação)

equação I $\Rightarrow \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}} = \frac{54}{2} \Rightarrow x + y = 27$

$$\begin{cases} x + y = 27 & \text{equação I} \\ x \;.\; y = 180 & \text{equação II} \end{cases}$$

As duas equações formam um <u>sistema</u>. <u>Isolando o "y"</u> na equação I e <u>substituindo</u> na equação II temos:

equação I $\Rightarrow x + y = 27 \Rightarrow \boxed{y = \underline{27 - x}}$

equação II $\Rightarrow x \,.\, y = 180 \Rightarrow x \,.\, (27 - x) = 180$

$\Rightarrow -x^2 + 27x = 180$

Multiplicando a equação II por -1, ela não se altera.

$\Rightarrow -x^2 + 27x = 180 \; .\,{-1} \Rightarrow -x^2.(-1) + 27x.(-1) = 180.(-1)$

$\Rightarrow x^2 - 27x = -180 \Rightarrow \boxed{x^2 - 27x + 180 = 0}$ <u>Equação do 2º grau</u>

Chegamos à uma equação do 2º grau, basta aplicar Bháskara:

Comparando com a estrutura $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, identificamos a, b e c da equação do 2º grau.

$$\boxed{\begin{array}{l} a = 1 \\ b = -27 \\ c = 180 \end{array}}$$

Agora podemos usar a fórmula de Bháskara $\rightarrow$ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$-(-27) \rightarrow +27$

parte 2

parte 1

$$x = \frac{-(-27) \pm \sqrt{(-27)^2 - 4.1.180}}{2.1}$$

parte 3

$2.1 \rightarrow 2$

$\Delta \rightarrow (-27)^2 - 4.1.180$

$\rightarrow (-27.-27) - 720$

$\rightarrow +729 - 720$

$\rightarrow 9$

Juntando as 3 partes:

$$x = \frac{27 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow \frac{27 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{27 + 3}{2} \rightarrow \frac{30}{2} \rightarrow \boxed{15}$$

$$x_2 = \frac{27 - 3}{2} \rightarrow \frac{24}{2} \rightarrow \boxed{12}$$

Achamos dois valores para "x", portanto, os dois devem ser testados para acharmos "y" substituindo ambos na equação I do sistema que determina "y". Portanto:

$\boxed{y = 27 - x_1}$	$\boxed{y = 27 - x_2}$
$\rightarrow y = 27 - 15$	$\rightarrow y = 27 - 12$
$\rightarrow y = 12$	$\rightarrow y = 15$

Resposta: concluímos que, nos resultados 12 e 15, um é o comprimento e o outro a largura. Portanto as lados do cercado devem medir 12 m e 15 m.

2 - Determine dois números inteiros e consecutivos tais que a soma de seus quadrados seja 85.

Separando os dados e traduzindo em dados matemáticos:

1º número: x
2º número consecutivo: $x + 1$
A soma de seus quadrados é igual a 85: $x^2 + (x + 1)^2 = 85$

Desenvolvendo $(x + 1)^2$:

➡ $(x + 1).(x + 1)$
➡ $(x + 1).(x + 1)$
➡ $x^2 + 1x + 1x + 1$
➡ $\boxed{x^2 + 2x + 1}$

Substituindo $(x + 1)^2$ na equação:

➡ $x^2 + (x + 1)^2 = 85$
➡ $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 85$
➡ $\boxed{2x^2 + 2x - 84 = 0}$

Podemos dividir a equação por 2 que ela não se altera:

$\boxed{2x^2 + 2x - 84 = 0}$ ➡ $\frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} - \frac{84}{2} = \frac{0}{2}$ ➡ $\boxed{x^2 + x - 42 = 0}$

Chegamos à uma equação do 2º grau, basta aplicar Bháskara:

Comparando com a estrutura $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, identificamos a, b e c da equação do 2º grau.

$\boxed{\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -42 \end{array}}$

Agora podemos usar a fórmula de Bháskara ➡ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$-(+1)$ ➡ -1

parte 2

parte 1

$$x = \frac{-(+1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4.1.(-42)}}{2.1}$$

parte 3

2.1 ➡ 2

Δ ➡ $(1)^2 - 4.1.(-42)$
➡ $(1.1) - 4.(-42)$
➡ $1 + 168$
➡ 169

Juntando as 3 partes:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2} \rightarrow \frac{-1 \pm 13}{2} \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1 + 13}{2} \rightarrow \dfrac{12}{2} \rightarrow \boxed{6} \\ x_2 = \dfrac{-1 - 13}{2} \rightarrow -\dfrac{14}{2} \rightarrow \boxed{-7} \end{cases}$$

Resposta: os dois números podem ser **6** (x_1) e seu consecutivo **7** ou **-7** (x_2) e seu consecutivo **-6**.

3 - Subtraímos 3 do quadrado de um número. Paralelamente, calculamos a soma de 7 com o triplo desse mesmo número e obtemos nos dois cálculos o mesmo resultado. Qual é o número?

Separando os dados e traduzindo em dados matemáticos:

Um número: x
Subtraímos 3 do quadrado de um número: $x^2 - 3$ cálculo I
A soma de 7 com o triplo desse número: $3x + 7$ cálculo II
Nos dois cálculos obtemos o mesmo resultado: $x^2 - 3 = 3x + 7$

Veja que essa equação não está na forma normal. Para enxergar e aplicar a fórmula vamos passar todos os termos para o 1º membro da equação:

$$x^2 - 3 = 3x + 7 \rightarrow x^2 - 3 - 3x - 7 = 0 \rightarrow \boxed{x^2 - 3x - 10 = 0}$$

Comparando com a estrutura $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, identificamos a, b e c da equação do 2º grau.

$a = 1$
$b = -3$
$c = -10$

Agora podemos usar a fórmula de Bháskara $\rightarrow$ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$-(-3) \Rightarrow +3$

parte 2

parte 1

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.(-10)}}{2.1}$$

parte 3

$2.1 \Rightarrow 2$

$\Delta \Rightarrow (-3)^2 - 4.1.(-10)$

$\Rightarrow (-3.-3) - 4.(-10)$

$\Rightarrow +9 + 40$

$\Rightarrow 49$

Juntando as 3 partes:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow \frac{3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+7}{2} \Rightarrow \frac{10}{2} \Rightarrow \boxed{5}$$

$$x_2 = \frac{3-7}{2} \Rightarrow -\frac{4}{2} \Rightarrow \boxed{-2}$$

Resposta: o número pode ser **5** (x_1) ou **-2** (x_2).

4 - Forme a equação do 2º grau que tenha como resultados -2 e 8.

Veja que neste problema é pedido o processo inverso da equação do 2º grau. Nos deram os resultados e pediram a equação. Para formar a equação partindo dos resultados usaremos a seguinte fórmula: $\boxed{(x - (\text{resultado } 1)) . (x - (\text{resultado } 2)) = 0}$

Portanto, vamos substituir os valores dos resultados 1 e 2:

$\Rightarrow (x - (\text{resultado } 1)) . (x - (\text{resultado } 2)) = 0$

$\Rightarrow (x - (-2)) . (x - (+8)) = 0$ Não se esqueça de agrupar os sinais.

$\Rightarrow (x + 2) . (x - 8) = 0$ Aplicando a propriedade distributiva.

$\Rightarrow x.x + x.-8 + 2.x + 2.(-8) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 2x - 16 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x - 16 = 0$

Resposta: a equação do 2º grau é: $\mathbf{x^2 - 6x - 16 = 0}$

Na forma de equações fracionárias do 2º grau:

1 - Resolva $\dfrac{2x}{x-1} + \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{5x+1}{(x-1)\,(x+2)}$ com $x \neq 1$ e $x \neq 2$

A equação fracionária do 2º grau pode ser resolvida da mesma maneira de todas as outras mas temos de lembrar as propriedades de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.

Antes de mais nada, vamos determinar o **MMC** dos denominadores para eliminá-los e ficar somente com uma equação simples. Veja:

$$\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+2} = \frac{5x+1}{(x-1).(x+2)}$$

Lembre-se que MMC é o menor denominador que é divisível por eles ao mesmo tempo. No nosso caso: **MMC** = (x - 1).(x + 2)

$$\Rightarrow \frac{2x \xleftarrow{\text{vezes}}}{\frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}.(x+2)}} + \frac{1 \xleftarrow{\text{vezes}}}{\frac{\cancel{(x+2)}}{(x-1).\cancel{(x+2)}}} = \frac{5\,x+1 \xleftarrow{\text{vezes}}}{\frac{\cancel{(x-1).(x+2)}}{\cancel{(x-1).(x+2)}}}$$

$$\Rightarrow \frac{2x\,.\,(x+2)}{\cancel{(x-1).(x+2)}} + \frac{1\,.\,(x-1)}{\cancel{(x-1).(x+2)}} = \frac{5x+1\,.\,(1)}{\cancel{(x-1).(x+2)}}$$

Eliminando os denominadores ficamos apenas com:

$$\Rightarrow 2x\,.\,(x+2) + 1\,.\,(x-1) = 5x + 1\,\cancel{.\,(1)}$$

Qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo.

Aplicando a propriedade distributiva.

$$\Rightarrow 2x\,.\,x + 2x\,.\,2 + 1\,.\,x + 1.\,(-1) = 5x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 1x - 1 = 5x + 1 \quad \Rightarrow 2x^2 + 5x - 1 = 5x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 \cancel{+ 5x} - 1 \cancel{- 5x} - 1 = 0 \quad \Rightarrow 2x^2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow 2x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2}{2} \quad \Rightarrow x^2 = 1 \quad \Rightarrow x = \sqrt{1} \quad \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$$

No enunciado diz que x tem de ser $\neq +1$ e $+2$ pois caso contrário anularia o denominador, portanto a <u>única raiz</u> para essa equação fracionária do 2º grau é igual a "**-1**".

Dicas para o exame

Agora que você já está familiarizado com a fórmula de Bháskara, saiba que deve prestar muita atenção no Δ (delta) da fórmula. Quando há questões de equação do 2º grau, o examinador chama <u>delta</u> de "<u>discriminante</u>" portanto saiba traduzir que <u>discriminante</u> é o Δ da equação do 2º grau.

Existem duas fórmulas em equação do 2º grau que podem ser úteis para quando o problema nos dá (ou pede) uma relação entre as raízes. Relações do tipo "soma" ou multiplicação:

<u>Soma</u> das raízes a partir da <u>identificação</u> de <u>a</u>, <u>b</u> e c.	$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$	<u>Multiplicação</u> das raízes a partir da <u>identificação</u> de <u>a</u>, b e <u>c</u>.	$x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

Geralmente, caso você não se lembre dessas fórmulas, as contas se tornam grandes, o delta não dá um quadrado perfeito e acaba por tumultuar todo o desenvolvimento da fórmula.

Mas como esse problema se apresenta? Veja:

Na equação $2x^2 - 7x + 4 = 0$, a soma das raízes é igual a:

Identificando a = 2, b = -7 e c = 2 basta <u>lembrar</u> das fórmulas acima mencionadas sem ter que usar Bháskara e achar as raízes.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{(-7)}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{7}{2}$$

Lembrando das fórmulas, a solução é instantânea.

03. Medidas

Existem várias unidades de medidas convencionadas (e cobradas) em questões matemáticas. Quase Todas seguem um mesmo padrão de múltiplos e submúltiplos. Na revista Matemática para Todos nº 02 vimos as medidas de Comprimento, Capacidade e Massa. Podemos estabelecer uma tabela muito semelhante entre as principais unidades de medida para não haver tanta decoreba. Veja as relações:

Medidas de Comprimento

múltiplos				submúltiplos		
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
			1,			
		1	0,	1		
	1	0	0,	0	1	
1	0	0	0,	0	0	1

Outras medidas envolvendo diferenças decimais também se encaixam nessa tabela como Capacidade e Massa. Portanto, para fazer qualquer relação com as medidas de comprimento basta ter em mente a tabela acima. Assim quando dado um valor em certa unidade de medida, para convertê-lo basta colocar na tabela e "andar" com a vírgula. Veja, no caso da transformação de 15.000.000 cm em km, colocando na tabela:

A vírgula era aqui, como transformamos em km a vírgula anda para a coluna do km

		km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	5	0,	0	0	0	0	0,	

O mesmo acontece para as medidas de Capacidade e Massa, veja a relação na tabela abaixo:

Comprimento	**km**	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
				1,			
			1	0,	1		
		1	0	0,	0	1	
	1	0	0	0,	0	0	1
Capacidade	**kl**	**hl**	**dal**	**l**	**dl**	**cl**	**ml**
				1,			
			1	0,	1		
		1	0	0,	0	1	
	1	0	0	0,	0	0	1
Massa	**kg**	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
				1,			
			1	0,	1		
		1	0	0,	0	1	
	1	0	0	0,	0	0	1

.10 .10 .10 :10 :10 :10

Cada unidade é **10 vezes** a unidade imediatamente INFERIOR.

Cada unidade é **um décimo** da unidade imediatamente SUPERIOR.

Já a **Medida de Área** é expressa em unidade de **m²** em que representa uma região quadrangular de 1 metro de lado.

Os múltiplos e submúltiplos do m² são multiplicados ou divididos (seguindo modelo tabela acima) desta vez por 100.

quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
km²	**hm²**	**dam²**	**m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**

Medidas de Área

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2
						1,						
				1	0	0,	0	1				
		1	0	0	0	0,	0	0	0	1		
1	0	0	0	0	0	0,	0	0	0	0	0	1

.100 .100 .100 :100 :100 :100

Cada unidade é **100 vezes** a unidade imediatamente INFERIOR.

Cada unidade é **um centésimo** da unidade imediatamente SUPERIOR.

Já a **Medida de Volume** é expressa em unidade de **m^3** em que representa um <u>cubo</u> cuja a <u>aresta</u> mede 1 metro.

Os múltiplos e submúltiplos do m^3 são multiplicados ou divididos (seguindo mesmo modelo de tabela) <u>desta vez por 1000</u>.

quilômetro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
km^3	**hm^3**	**dam^3**	**m^3**	**dm^3**	**cm^3**	**mm^3**

Medidas de Volume

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3
									1,									
						1	0	0	0,	0	0	1						
			1	0	0	0	0	0	0,	0	0	0	0	0	1			
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,	0	0	0	0	0	0	0	0	1

.1000 .1000 .1000 :1000 :1000 :1000

Cada unidade é **1000 vezes** a unidade imediatamente INFERIOR.

Cada unidade é **um milésimo** da unidade imediatamente SUPERIOR.

Medidas de Tempo

CONVENÇÃO **1 hora** equivale a **60 minutos**
1 minuto equivale a **60 segundos**

Divisão do Tempo	Símbolo	Equivalência	1 Dia
Hora	h	1 h	24 hs
Minuto	min	60 min	1.440 min
Segundo	s	3.600 s	86.400 s

24 horas	Semana	Mês	Ano
1 dia	7 dias	30 dias	365 dias

Muito cuidado com as conversões de medidas que envolvem a questão. Muitas vezes o problema é simples mas formulado em determinada medida (quilômetro/hora por exemplo) e as respostas (alternativas) se apresentam em metro/segundo. Daí o examinador querer saber se, além de solucionar o problema, você está atento e sabe converter medidas. Provavelmente a solução que encontrou em km/h (30 km/h, por exemplo) estará entre as alternativas só que em m/s (30 m/s). Fique atento!

Em questões matemáticas, leia o enunciado até o final. Muitos candidatos leem a 1ª informação e já vão fazer contas. Errado! Leia o problema por completo. Compreenda o assunto e qual é a pergunta. Uma questão fácil pode ser descartada em uma má interpretação em que talvez a resposta esteja no próprio enunciado.

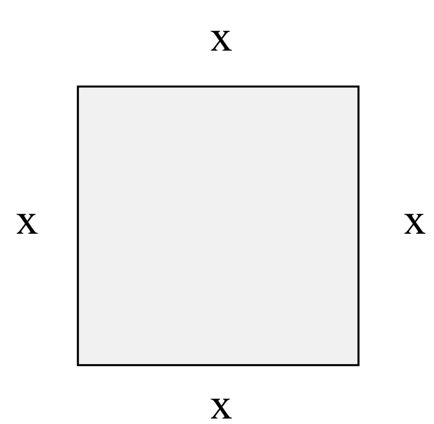
Não perca tempo. Selecione as questões fáceis, médias e difíceis. As difíceis demandam tempo e o deixam cansado e nervoso. Garanta a somatória de seus pontos com as mais fáceis.

Hoje, os exames cobram mais o raciocínio lógico do que as fórmulas decoradas. Interligue os assuntos, saiba mais de uma maneira de resolver questões.

04. Medidas de Área

1.1 Área do Quadrado

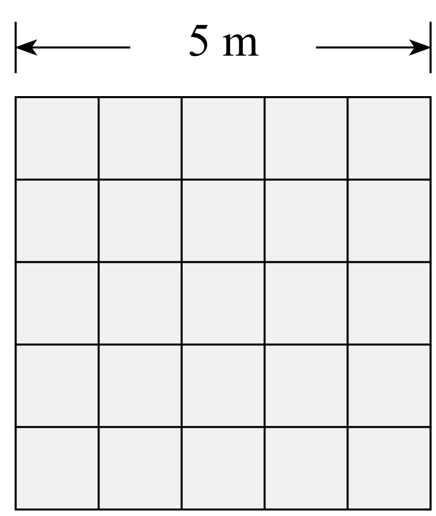
Área do quadrado é igual ao quadrado de um de seus lados:



$\boxed{A = x^2}$

Exemplo 1:

Deseja-se colocar cerâmica em um salão em forma de quadrado com 5 metros de lado. Cada caixa de cerâmica possui um metro quadrado. Quantas caixas serão necessárias? Considere que nenhuma cerâmica será perdida.



$$A = x^2$$
$$A = 5^2$$
$$A = 5 \text{ x } 5$$
$$A = 25m^2$$

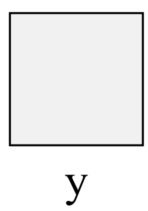
$25m^2 \neq 25$
Nunca esqueça de colocar m^2.

m^2 para representar medidas deve-se usar sempre letras minúsculas.

Resposta: Como cada caixa possui $1m^2$, então concluímos que serão necessárias 25 caixas de cerâmicas.

Exemplo 2:

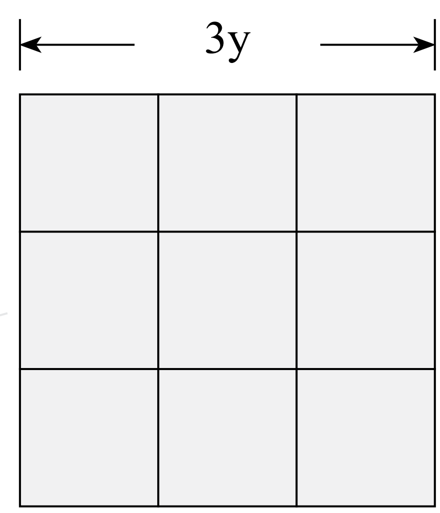
Um quadrado de lado y, deseja-se triplicar o tamanho dos lados. Qual a medida da nova área?



$A_1 = y^2$

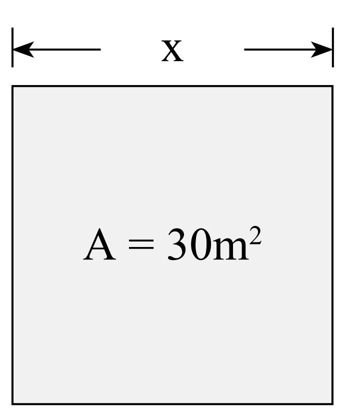
Triplicando-se os lados teremos agora:

$A_2 = (3y)^2$
$A_2 = 3^2 . y^2$
$A_2 = 9y^2$



Atenção!
Triplicar o tamanho do lado do quadrado não significa triplicar sua área.

Exemplo 3:
Um engenheiro deseja fazer uma sala de jogos em sua casa em forma de quadrado, sabe-se também que a área total do piso desta sala será $30m^2$. Qual será o tamanho do lado?

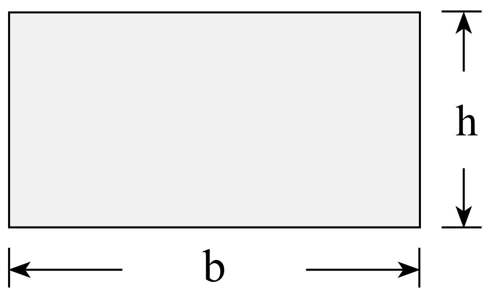


$A = x^2$
$30 = x^2$
$\sqrt{30} = x$
$x = \sqrt{30}$ m

Como a área está em m^2, deve-se colocar o comprimento em metros.

1.2 Área do Retângulo

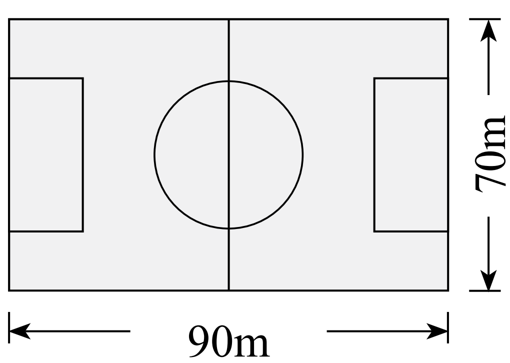
Área do retângulo é igual ao produto da base pela altura:



$$\boxed{A = b \cdot h}$$

Exemplo 1:

Deseja-se comprar grama artificial para um campo de futebol que mede 70 m de largura por 90 m de comprimento. Quantos m^2 de grama este campo vai precisar para cobrir sua área?



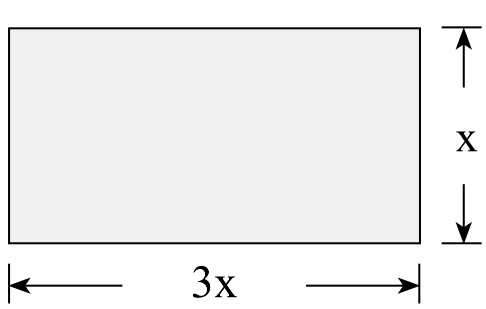
$A = b \cdot h$
$A = 90 \cdot 70$
$A = 6300m^2$

6300m^2 ≠ 6300
Nunca esqueça de colocar m^2.

m^2 para representar medidas deve-se usar sempre letras minúsculas.

Exemplo 2:

Um retângulo possui a medida do comprimento três vezes maior que sua largura. Sabe-se que a área deste retângulo é igual a 75 cm^2. Quais as medidas dos lados deste retângulo?

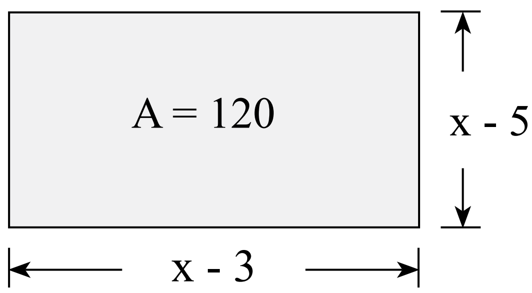


$A = b \cdot h$
$75 = 3x \cdot x$
$75 = 3x^2$
$75 : 3 = x^2$
$25 = x^2$
$\sqrt{25} = x$
$x = 5$

Resposta:
Largura = 5m
e
Comprimento =
3 . 5m =
15m

Exemplo 3:

Calcule as medidas do retângulo abaixo:



$A = b \cdot h$

$120 = (x - 3) \cdot (x - 5)$

$120 = x^2 - 8x + 15$

$0 = x^2 - 8x + 15 - 120$

$0 = x^2 - 8x - 105$

$x^2 - 8x - 105 = 0$

Aplicando a fórmula de báskara:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$a = 1$, $b = -8$ e $c = -105$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.(-105)}}{2.1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.(-105)}}{2}$$

$(-8)^2 = (-8).(-8) = +64$
$-4.1.(-105) = +420$
Na multiplicação
$- \,.\, - = +$
$+ \,.\, + = +$
$- \,.\, + = -$
$+ \,.\, - = -$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 420}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{484}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 22}{2}$$

$$x_1 = \frac{8 + 22}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

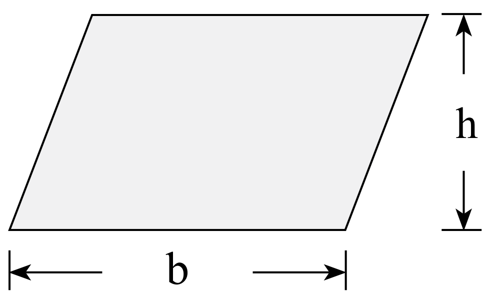
$$x_2 = \frac{8 - 22}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

Não existe medida de comprimento ou área negativa, logo, esta resposta deve ser descartada.

Resposta: Base = x - 3 = 15 - 3 = 12
Altura = x - 5 = 15 - 5 = 10

1.3 Área do Paralelogramo

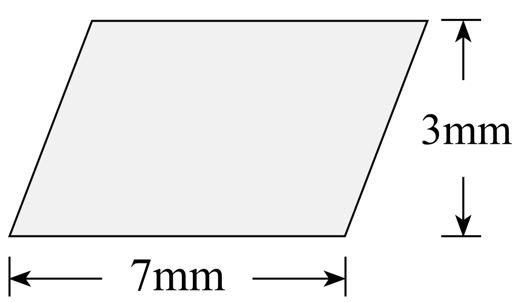
Área do paralelogramo é igual ao produto da base pela altura:



$$\boxed{A = b \cdot h}$$

Exemplo 1:

Calcule a área da figura abaixo:

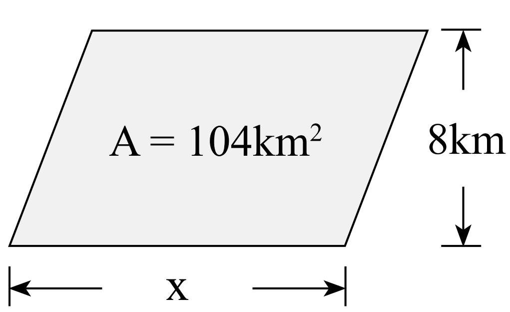


$A = b \cdot h$
$A = 7 \cdot 3$
$A = 21mm^2$

Como estamos nos referindo a área deve-se colocar "mm^2".

Exemplo 2:

Sabe-se que a área de um paralelogramo é 104 km^2 e sua altura relativa a base mede 8 km. Calcule o valor da base.

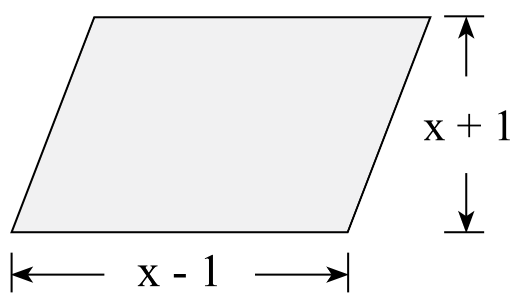


$A = b \cdot h$
$104 = x \cdot 8$
$104 : 8 = x$
$x = 13km$

Exemplo 3:

Calcule a área da figura abaixo:

Produtos Notáveis
$(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$

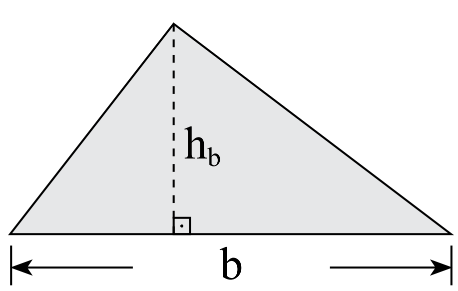


$$A = b \,.\, h$$
$$A = (x - 1) \,.\, (x + 1)$$
$$A = x^2 - x + x - 1$$
$$A = x^2 - 1$$

1.4 Área do Triângulo

Existem várias maneiras de calcular a área do triângulo, veremos duas delas:

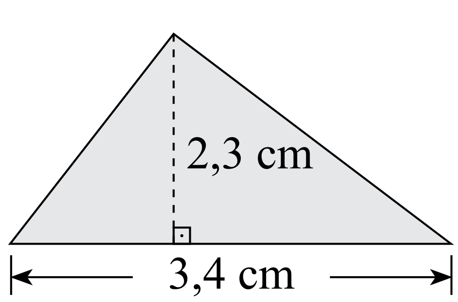
Conhecendo um lado e sua respectiva altura



$$\boxed{A = \frac{b \,.\, h_b}{2}}$$

Exemplo 1:

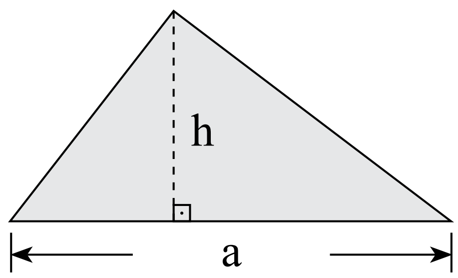
Calcule a área de um triângulo cuja base mede 3,4 cm e altura relativa a base mede 2,3 cm.



$$A = \frac{b \,.\, h_b}{2}$$
$$A = \frac{3{,}4 \,.\, 2{,}3}{2}$$
$$A = \frac{7{,}82}{2}$$
$$A = 3{,}91 \text{ cm}^2$$

Exemplo 2:

A área do triângulo abaixo mede 486 m^2. Sabe-se que a medida da base é 4/3 da medida da altura relativa a base. Calcule sua altura relativa a base.



$$a = \frac{4}{3}h$$

$$A = \frac{b \,.\, h_a}{2}$$

$$486 = \frac{\frac{4}{3}h.h}{2}$$

$$486 = \frac{2}{3}h^2$$

$$\frac{486 \,.\, 3}{2} = h^2$$

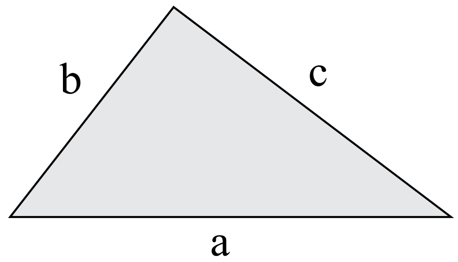
$$729 = h^2$$

$$\pm\sqrt{729} = h$$

$$h = 27m$$

Medidas de comprimento e área não existem negativas, logo ficamos apenas com a resposta positiva.

Conhecendo as medidas dos três lado (fórmula de Hieron)

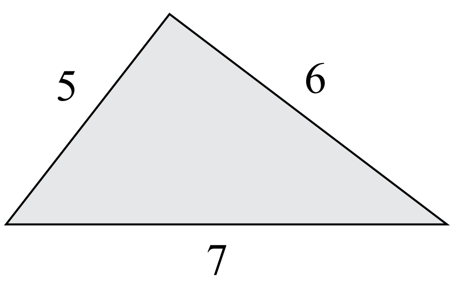


$$A = \sqrt{p\,(p - a).(p - b).(p - c)}$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} \quad \text{(semiperímetro)}$$

Exemplo 1:

Calcule a área do triângulo ao lado:



Fazendo:

$a = 5,\ b = 6,\ c = 7$

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$p = \frac{5 + 6 + 7}{2}$$

$$p = \frac{18}{2}$$

$$p = 9$$

Aplicando a fórmula de Hieron:

$$A = \sqrt{p\,(p - a).(p - b).(p - c)}$$

$$A = \sqrt{9\,(9 - 5).(9 - 6).(9 - 7)}$$

$$A = \sqrt{9\,.\,(4).(3).(2)}$$

$$A = \sqrt{216}$$

$$A = \sqrt{2^3\,.\,3^3}$$

$$A = 2\,.\,3\sqrt{2\,.\,3}$$

$$A = 6\sqrt{6}$$

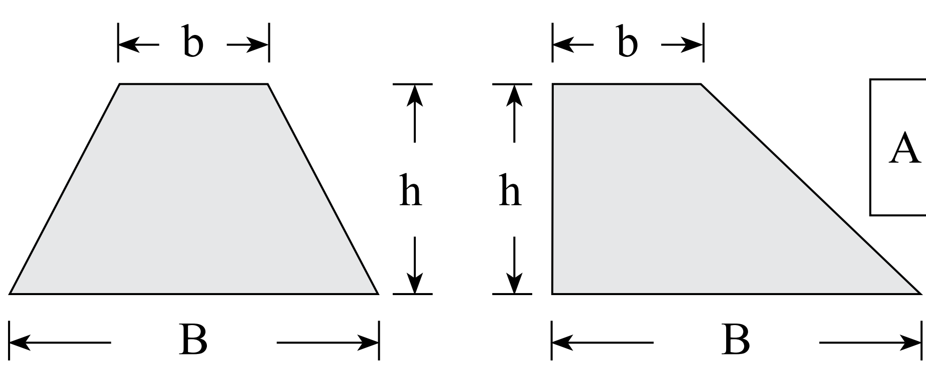
Fatorando

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$2^3\,.\,3^3$

1.5 Área do Trapézio

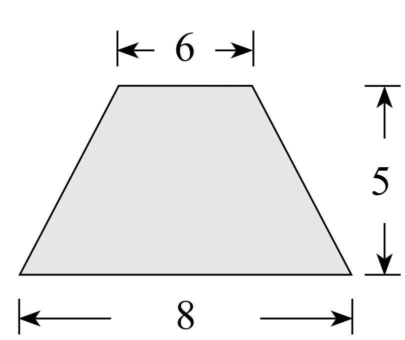
Encontramos a área do trapézio dividindo por 2 o produto da soma da base menor com a base maior pela altura.



$$A = \frac{(b+B).h}{2}$$

Exemplo 1:

Um trapézio tem como medidas de bases 6 cm e 8 cm e altura 5 cm. Calcule sua área.



$A = \frac{(b+B).h}{2}$

$A = \frac{(6+8).5}{2}$

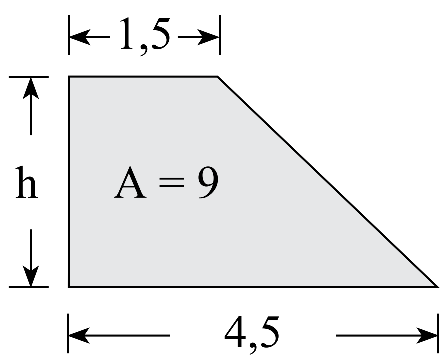
$A = \frac{(14)\ .\ 5}{2}$

$A = \frac{70}{2}$

$A = 35cm^2$

Exemplo 2:

Calcule a altura do trapézio abaixo:



$A = \frac{(b+B).h}{2}$

$9 = \frac{(1,5 + 4,5).h}{2}$

$9 = \frac{6h}{2}$

$9 = 3h$

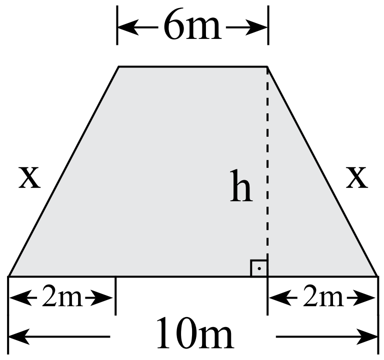
$9:3 = h$

$h = 3$

Exemplo 3:

Um determinado trapézio isósceles tem como medidas das bases 6m e 10m. Sabemos também que seu semiperímetro é igual a 12m. Qual a área deste trapézio?

Primeiro vamos desenhar o trapézio:



Perímetro = 6 + 10 + x + x
Perímetro = (2x + 16) m

$\text{Semiperímetro} = \frac{\text{perímetro}}{2}$

$$\text{Semiperímetro} = \frac{\text{perímetro}}{2}$$

$$12 = \frac{2x + 16}{2}$$

$$12 = x + 8$$

$$12 - 8 = x$$

$$x = 4m$$

Pelo teorema de Pitágoras:

$$2^2 + h^2 = 4^2$$
$$4 + h^2 = 16$$
$$h^2 = 16 - 4$$
$$h^2 = 12$$
$$h = \sqrt{12}$$
$$h = \sqrt{2^2.3}$$
$$h = 2\sqrt{3}$$

$$A = \frac{(b+B).h}{2}$$

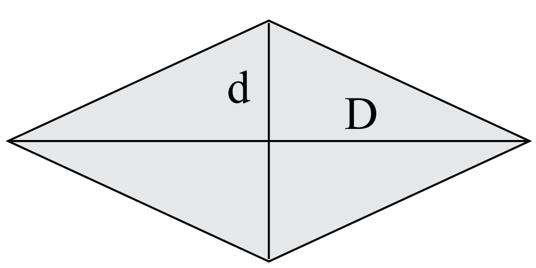
$$A = \frac{(6 + 10)\ .\ 2\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{(16)\ .\ 2\sqrt{3}}{2}$$

$$A = 16\sqrt{3}\ \ m^2$$

1.6 Área do Losango

Encontramos a área do losango dividindo por 2 o produto da diagonal maior pela diagonal menor.



$$\boxed{A = \frac{D\ .\ d}{2}}$$

Exemplo 1:

Calcule a área do losango cujas diagonais medem $6\sqrt{3}$ e $9\sqrt{3}$.

$$A = \frac{D\ .\ d}{2}$$

$$A = \frac{9\sqrt{3}\ .\ 6\sqrt{3}}{2}$$

$$A = 9\sqrt{3}\ .\ 3\sqrt{3}$$

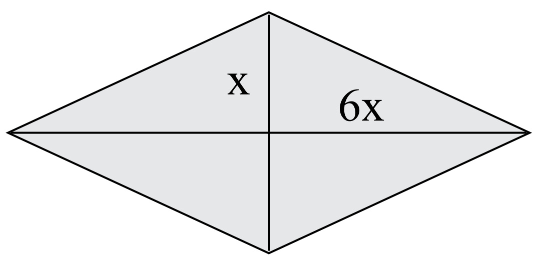
$$A = 9\ .\ 3\ .\sqrt{3}\ .\sqrt{3}$$

$$A = 27\ .\ 3$$

$$A = 81$$

Exemplo 2:

Um losango tem como área 54 cm². Determine a medida da diagonal manor, sabendo que o tamanho da maior é o sêxtuplo da menor.



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$54 = \frac{x \cdot 6x}{2}$$

$$54 = \frac{6x^2}{2}$$

$$54 = 3x^2$$

$$\frac{54}{3} = x^2$$

$$18 = x^2$$

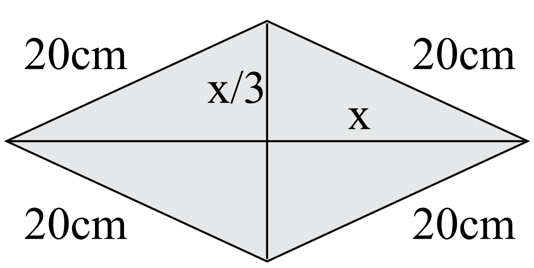
$$\pm\sqrt{18} = x$$

$$x = 3\sqrt{2}\ \text{cm}$$

Não existe medida negativa, por isso iremos considerar apenas a resposta positiva.

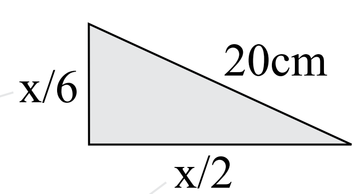
Exemplo 3:

O perímetro de um losango é 80 cm e sua diagonal menor é um terço da diagonal maior. Qual a área deste losango?



Cada lado mede 20 cm, pois o perímetro é 80 cm.

Vamos destacar uma parte deste losango:



x/6 que é a metade de x/3

X/2 que é a metade de x

Pelo teoremade Pitágoras:

$$\left(\frac{x}{6}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 20^2$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{x^2}{4} = 400$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{9x^2}{36} = 400$$

$$\frac{10x^2}{36} = 400$$

$$\frac{x^2}{36} = 40$$

$$x^2 = 1440$$

$$x = \sqrt{1440}$$

$x = \sqrt{2^2 \,.\, 2^2 \,.\, 2 \,.\, 3^2 \,.\, 5}$ | $x = 2 \,.\, 2 \,.\, 3\sqrt{2 \,.\, 5}$ | $x = 12\sqrt{10}$

$$A = \frac{D \,.\, d}{2}$$

$$A = \frac{12\sqrt{10} \,.\, \frac{12\sqrt{10}}{3}}{2}$$

$$A = \frac{12\sqrt{10} \,.\, 4\sqrt{10}}{2}$$

$$A = 6\sqrt{10} \,.\, 4\sqrt{10}$$

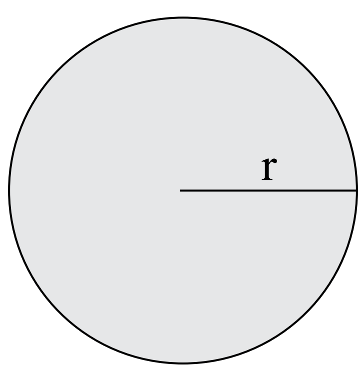
$$A = 6 \,.\, 4\sqrt{10}\,\sqrt{10}$$

$$A = 24 \,.\, 10$$

$$A = 240 \text{ cm}^2$$

1.7 Área do Círculo

A área do círculo é igual ao produto da constante Pi (π) pelo raio (r) elevado ao quadrado.

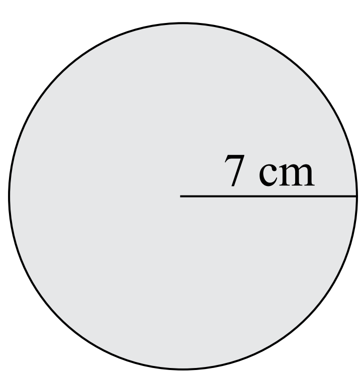


$$\boxed{A = \pi \,.\, r^2}$$

Onde π vale aproximadamente 3,14

Exemplo 1:

Calcule a área do círculo que mede 7 cm de raio.



$$A = \pi \,.\, r^2$$

$$A = \pi \,.\, 7^2$$

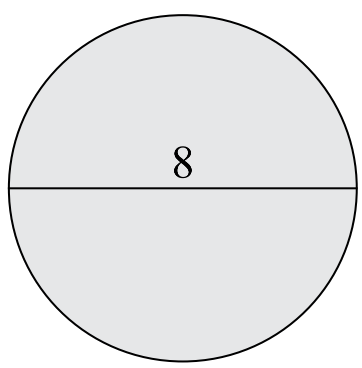
$$A = 49\pi \text{ cm}^2$$

"cm²"
Não podemos esquecer,
estamos trabalhando
com área!

Exemplo 2:

Qual o diâmetro de uma círculo que tem como área 16π?

Diâmetro é o dobro do raio. $D = 2 \,.\, r$



$A = \pi \,.\, r^2$

$16\,\pi = \pi \,.\, r^2$

Cancelamos π de ambos os lados da igualdade.

$16 = r^2$

$\sqrt{16} = r$

$r = 4$

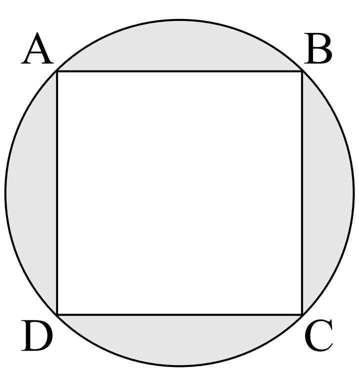
$D = 2 \,.\, r$

$D = 2 \,.\, 4$

$D = 8$

Exemplo 3:

Seja um quadrado ABCD inscrito em um círculo de raio 5 cm. Calcule a área destacada.

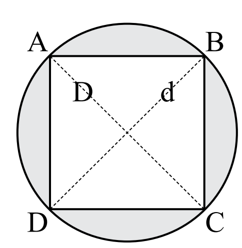


A área destacada é igual a área do círculo menos a área do quadrado.

$A_{círculo} = \pi \,.\, r^2$

$A_{círculo} = \pi \,.\, 5^2$

$A_{círculo} = 25\pi \text{ cm}^2$



Como o raio mede 5 cm o diâmetro mede 10 cm.
Como todo quadrado também é losango, podemos calcular a área do quadrado pela fórmula do losango. Lembrando que o quadrado possui as duas diagonais de mesmo tamanho.

$$A_{losango} = \frac{D \,.\, d}{2}$$

$$A_{losango} = \frac{10 \,.\, 10}{2}$$

$$A_{losango} = 50 \text{ cm}^2$$

Temos a área do círculo e a área do quadrado (losango), agora é só subtrair a área do quadrado da área do círculo:

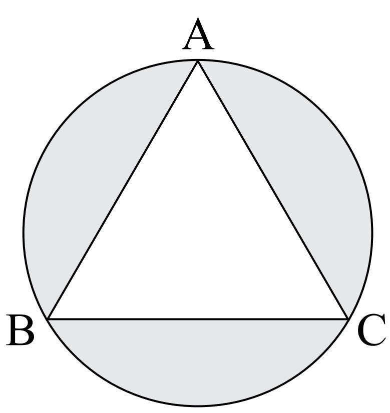
$A_{destacada} = A_{círculo} - A_{quadrado}$

$A_{destacada} = 25\pi - 50$

$A_{destacada} = 25(\pi - 2)\ cm^2$

Exemplo 4:

Seja um triângulo equilátero ABC inscrito em um círculo de raio 6 m. Calcule a área destacada.



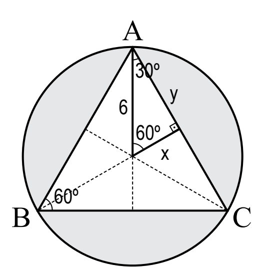
A área destacada é igual a área do círculo menos a área do triângulo.

$A_{círculo} = \pi\ .\ r^2$

$A_{círculo} = \pi\ .\ 6^2$

$A_{círculo} = 36\pi\ cm^2$

Área do triângulo:



$\text{seno } 30º = \dfrac{x}{6}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{6}$

$6\ .\ \dfrac{1}{2} = x$

$\dfrac{6}{2} = x$

$x = 3\ m$

Podemos encotrar o valor de y tanto pelas propriedades trigonométrica como pelo teorema de Pitágoras.

$x^2 + y^2 = 6^2$

$3^2 + y^2 = 6^2$

$9 + y^2 = 36$

$y^2 = 36 - 9$

$y^2 = 27$

$y = \sqrt{27}$

$y = \sqrt{3^2\ .\ 3}$

$y = 3\sqrt{3}\ m$

Área do triângulo equilátero é 6 vezes a área do triângulo menor em estudo.

$$A_{triângulo} = 6 \cdot \left(\frac{x \cdot y}{2}\right)$$

$$A_{triângulo} = 6 \cdot \left(\frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$A_{triângulo} = 3 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$A_{triângulo} = 27\sqrt{3}$$

Temos a área do círculo e a área do triângulo, agora é só subtrair a área do triângulo da área do círculo:

$$A_{destacada} = A_{círculo} - A_{triângulo}$$

$$A_{destacada} = 36\pi - 27\sqrt{3}$$

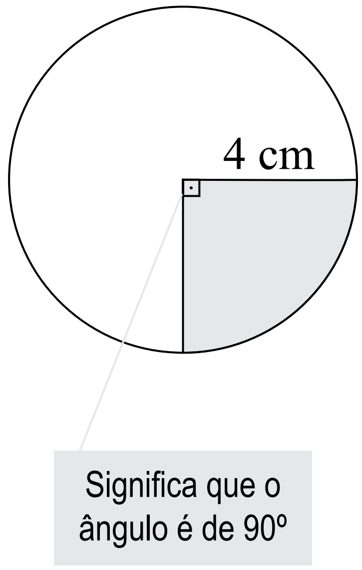
$$A_{destacada} = 9(4\pi - 3\sqrt{3})\ m^2$$

1.8 Área do Setor Circular

Para encontrar a área do setor circular, basta calcular a área do círculo correspondente e calcular proporção em relação ao ângulo do setor.

Exemplo 1:

Calcule a área destacada na figura abaixo.



Primeiro vamos calcular a área do círculo:

$$\boxed{A_{círculo} = \pi \cdot r^2}$$

$$A_{círculo} = \pi \cdot 4^2$$

$$A_{círculo} = 16\pi\ cm^2$$

Percebemos que a área do setor é ¼ da área do círculo, isso significa que calculamos a área do setor dividindo a área do círculo por 4.

Porém, para fins esclarecedores, iremos calcular por regra de três simples.

Lembrando que uma volta completa no círculo possui 360º.

$16\pi\ cm^2$ — 360º

x — 90º

Ligamos $16\pi\ cm^2$ com 90º, e ligamos x com 360º

$16\pi\ cm^2 \,.\, 90^\circ = x \,.\, 360^\circ$

$$x = \frac{16\pi \,.\, 90}{360}$$

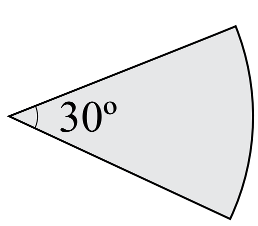
Independente do local onde o X se encontra, seu valor sempre será: O produto de quem não está ligado a ele, dividido por quem está ligado a ele.

$x = 4\pi\ cm^2$

$x_{setor} = 4\pi\ cm^2$

Exemplo 2:

Calcule a área do setor abaixo cujo raio mede 3π m.



Primeiro vamos calcular a área do círculo:

$A_{círculo} = \pi \,.\, r^2$

$A_{círculo} = \pi \,.\, (3\pi)^2$

$A_{círculo} = \pi \,.\, (9\pi^2)$

$A_{círculo} = 9\pi^3\ m^2$

Por regra de três iremos calcular a área do setor:

Lembrando que uma volta completa no círculo possui 360º.

$9\pi^3\ m^2$ — 360º

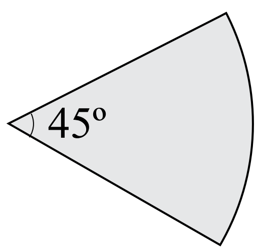
x — 30º

$9\pi^3\ m^2 \,.\, 30^\circ = x \,.\, 360^\circ$

$$x = \frac{9\pi^3 \,.\, 30}{360} \qquad x_{setor} = \frac{3\pi^3}{4}\ m^2$$

Exemplo 3:

Calcule o raio do setor circular cuja área mede 18π e ângulo mede 45º.



É fácil deduzir uma fórmula que calcule diretamente a área de um setor em função do ângulo e do raio, porém o método que temos utilizado até agora é suficiente para resolver tal problema. Isso ajuda a evitar de decorar fórmulas e mais fórmulas. O cérebro humano foi projetado para raciocinar e não decorar. É muito mais fácil esquecer fórmulas do que métodos.

Primeiro vamos calcular a área do círculo correspondente.

Lembrando que uma volta completa no círculo possui 360º.

x	360º
18π	45º

Ligamos x com 45º, e ligamos 18π com 360º:

$$x \cdot 45^\circ = 18\pi \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{18\pi \cdot 360}{45}$$

$$x_{\text{círculo}} = 144\pi$$

Independente do local onde o X se encontra, seu valor sempre será: O produto de quem não está ligado a ele, dividido por quem está ligado a ele.

Agora calculamos o raio do círculo:

$$\boxed{A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2}$$

$$144\,\pi = \pi \cdot r^2$$

Cancelamos π de ambos os lados da igualdade.

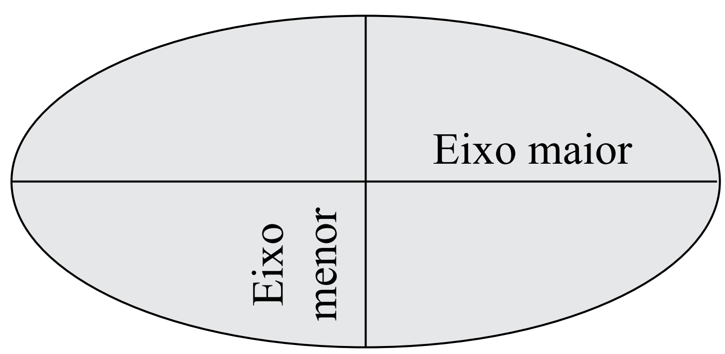
$$144 = r^2$$

$$\sqrt{144} = r$$

$$r = 12$$

1.9 Área da Elipse

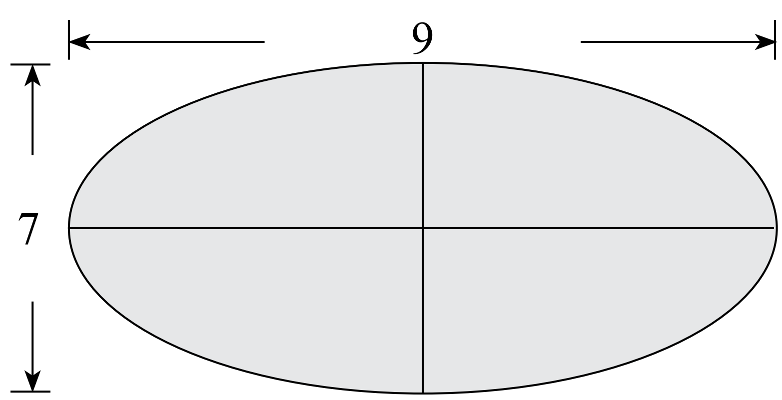
Encontramos a área da elipse por **πab**, onde **“a”** representa o semieixo (metade do eixo) maior, e **“b”** corresponde ao semieixo menor.



$$\boxed{A = \pi \cdot a \cdot b}$$

Exemplo 1:

Calcule a área da elipse cujos eixos medem 7 cm e 9 cm.



$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

$$A = \pi \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2}$$

$$A = \frac{63}{4}\pi$$

Exemplo 2:

Qual a medida do eixo menor de uma elipse cuja área é 20π? Sabe-se que o eixo maior é o dobro do menor.

<u>Resolução:</u>
Se o eixo maior é o dobro do menor. O semieixo maior também é o dobro do semieixo menor.

Vamos chamar: $\begin{cases} a = \text{semieixo maior} \\ b = \text{semieixo menor} \\ 2b = a \end{cases}$

$A = \pi \,.\, a \,.\, b$

$20\pi = \pi \,.\, 2b \,.\, b$

Cancelamos π de ambos os lados da igualdade.

$20 = 2b^2$

$10 = b^2$

$\sqrt{10} = b$

$b = \sqrt{10}$

Estamos procurando o eixo menor, lembrando que **"b"** é o semieixo menor.

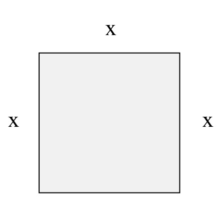
Eixo menor = $2 \,.\, b$

Eixo menor = $2\sqrt{10}$

05. Resumo - Medidas de Área

Área do Quadrado

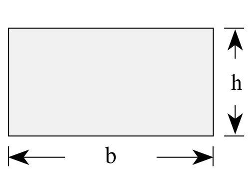
Área do quadrado é igual ao quadrado de um de seus lados:



$\boxed{A = x^2}$

Área do Retângulo

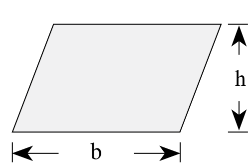
Área do retângulo é igual ao produto da base pela altura:



$\boxed{A = b \,.\, h}$

Área do Paralelogramo

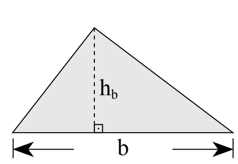
Área do paralelogramo é igual ao produto da base pela altura:



$\boxed{A = b \,.\, h}$

Área do Triângulo

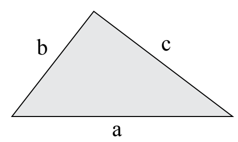
Conhecendo um lado e sua respectiva altura:



$\boxed{A = \dfrac{b \,.\, h_b}{2}}$

Área do Triângulo

Conhecendo as medidas dos três lado (fórmula de Hieron):

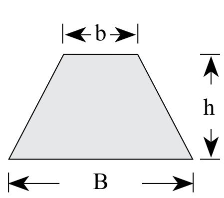


$$A = \sqrt{p\,(p - a).(p - b).(p - c)}$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} \quad \text{(semiperímetro)}$$

Área do Trapézio

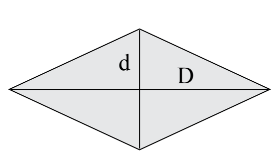
Encontramos a área do trapézio dividindo por 2 o produto da soma da base menor com a base maior pela altura.



$$A = \frac{(b+B).h}{2}$$

Área do Losango

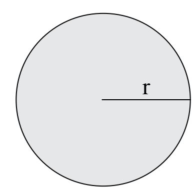
Encontramos a área do losango dividindo por 2 o produto da diagonal maior pela diagonal menor.



$$A = \frac{D\,.\,d}{2}$$

Área do Círculo

A área do círculo é igual ao produto da constante Pi (π) pelo raio (r) elevado ao quadrado.



$$A = \pi\,.\,r^2$$

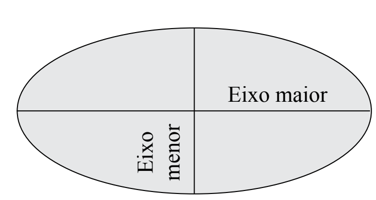
Onde π vale aproximadamente 3,14

Área do Setor Circular

Para encontrar a área do setor circular, basta calcular a área do círculo correspondente e calcular proporção em relação ao ângulo do setor.

Área da Elipse

Encontramos a área da elipse por **πab**, onde **"a"** representa o semieixo (metade do eixo) maior, e **"b"** corresponde ao semieixo menor.



$$A = \pi\,.\,a\,.\,b$$

06. PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA)

DEFINIÇÃO

Dizemos que progressão aritmética (PA) é qualquer sequência onde cada termo a partir do segundo, é obtido somando-se ao termo anterior um determinado valor sempre constante que é denominado **razão**. A progressão aritmética e indicado por **r**.

$$\boxed{a_k = a_{k-1} + r \quad (\text{para } k \geq 2)}$$

Seja:
a_1 o primeiro termo
a_2 o segundo termo
a_3 o terceiro termo
a_n o enésimo termo (enésimo significa qualquer um termo)
r é a constante e é dada por $a_k - a_{k-1}$ (para $k \geq 2$)

Temos:
a) (-7, -4, -1, 2, 5, 8) é uma PA finita onde $a_1 = -7$ e $r = 3$
b) (0,10; 0,8; 0,6; 0,4) é uma PA finita onde $a_1 = 0{,}10$ e $r = -0{,}2$
c) (-3, -3, -3, -3, -3, ...) é uma PA infinita onde $a_1 = -3$ e $r = 0$
d) (0, 3, 6, 9, 12, … 102) é uma PA finita onde $a_1 = 0$ e $r = 3$
e) $\left(\frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, ...\right)$ é uma PA infinita onde $a_1 = \frac{1}{9}$ e $r = \frac{2}{9}$

CLASSIFICAÇÃO

As progressões aritméticas são classificadas em:

a) **Crescente:** são PA onde cada termo a partir do segundo é maior que o termo anterior. Isso só é possível quando a razão é maior que zero.

$$\boxed{a_k > a_{k-1}\text{ , } k \geq 2}$$

(-7, -4, -1, 2, 5, 8) r = 3
(0, 3, 6, 9, 12, … 102) r = 3
$\left(\frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, ...\right)$ r = $\frac{2}{9}$

b) **Decrescente:** são PA onde cada termo a partir do segundo é menor que o termo anterior. Isso só é possível quando a razão é menor que zero.

$$\boxed{a_k < a_{k-1}\ , k \geq 2}$$

(0,10; 0,8; 0,6; 0,4) r = -0,2

Exemplo 1: Forme a PA de 6 termos onde $a_1 = -1$ e r = 5.

Solução

Vamos encontrar cada termo da PA:

$a_2 = a_1 + r = -1 + 5 = 4$
$a_3 = a_2 + r = 4 + 5 = 9$
$a_4 = a_3 + r = 9 + 5 = 14$
$a_5 = a_4 + r = 14 + 5 = 19$
$a_6 = a_5 + r = 19 + 5 = 24$

então concluímos que a PA é (-1, 4, 9, 14, 19, 24)

Exemplo 2: Encontre a PA de 6 termos onde $a_6 = -1$ e r = 3.

Solução

Vamos calcular os outros termos da PA:

$a_5 = a_6 - r = -1 - 3 = -4$
$a_4 = a_5 - r = -4 - 3 = -7$
$a_3 = a_4 - r = -7 - 3 = -10$
$a_2 = a_3 - r = -10 - 3 = -13$
$a_1 = a_2 - r = -13 - 3 = -16$

então concluímos que a PA é (-16, -13, -10, -7, -4, -1)

Exemplo 3: Determine o 9º termo da PA que tem $a_2 = -2$ e $r = 5$.

Solução

Foi dado o 2º termo e pede-se para calcular o 9º.
Do 2º para o nono teremos que avançar 7 posições.

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$$

$$+r \ +r \ +r \ +r \ +r \ +r \ +r$$

Então: $a_9 = a_2 + 7r = -2 + 7 \,.\, 5 = 33$

Termo Geral da PA

Para relacionarmos dois termos quaisquer de uma PA usamos as seguintes relações:

Generalizando,

$$\boxed{a_n = a_m + (n - m)\, r}$$

Se referindo ao primeiro termo,

$$\boxed{a_n = a_1 + (n - 1)\, r}$$

Exemplo 1: Determine o 22º termo de uma PA sabendo que $a_{107} = 3$ e $r = -2$.

Solução

$a_n = a_m + (n - m)\, r$
$a_{22} = 3 + (22 - 107) \,.\, (-2)$
$a_{22} = 3 + (-85) \,.\, (-2)$
$a_{22} = 3 + 170$
$a_{22} = 173$

Exemplo 2: Determine a razão de uma PA onde $a_3 = 1$ e $a_{11} = 7$.

Solução

Para podermos avançar do 3º termo pra o 11º temos que avançar 8 posições, isso corresponde a 8r.

$a_{11} = a_3 + 8r$
$7 = 1 + 8r$
$7 - 1 = 8r$
$6/8 = r$
$r = 3/4$

Exemplo 3: Determine o número de termos de uma PA onde o primeiro termo é -6, o último termo é 21 e a razão é 3.

Solução

$a_n = a_1 + (n-1)r$
$21 = -6 + (n-1)3$
$21+6 = (n-1)3$
$27 = (n-1)3$
$27/3 = n-1$
$9 = n-1$
$n = 10$

Exemplo 4: Um empresário investiu R$ 1000,00 a uma taxa de juros simples de 12% ao mês. Qual o montante (soma do capital com o total dos juros) após 3 anos?

Em uma aplicação a juros simples, apenas o capital inicial geram os juros, este valor gerado será nossa razão.

12% de 1000 = 0,12 x 1000 = R$ 120

Como a taxa é ao mês, temos calcular o tempo em mês.

3 anos = 36 meses

No final do primeiro mês teremos R$ 1120, este é o primeiro termo. Para calcularmos o montante, é só encontrar o 36º termo.

$a_{36} = a_1 + (n-1)r$
$a_{36} = 1120 + (36-1)120$
$a_{36} = 1120 + (35)120$
$a_{36} = 1120 + 4200$
$a_{36} = 5320$

Logo o montante acumulado será de R$ 5320,00

Propriedade característica da PA

Pegando-se três termos consecutivos quaisquer de uma PA, o termo do meio é média aritmética dos outros dois.

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2} \quad (\text{para } k \geq 2)$$

Exemplo 1: Seja a PA de três termos (2, x, 7), determine o 2º termo.

Solução

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{2+7}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow a_2 = 4{,}5$$

Exemplo 2: Qual o valor de x para que a sequência $(1, x, x^2)$ seja umaPA.

Solução

Pela propriedade característica da PA, temos:

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \Rightarrow x = \frac{1 + x^2}{2} \Rightarrow 2x = 1 + x^2 \quad 0 \Rightarrow 1 - 2x + x^2$$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

Pela fórmula de Báskara, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a = 1, b = -2, c = 1

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4.1.1}}{2.1} \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} \rightarrow x = \frac{2 \pm 0}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1$$

Exemplo 3: Escreva uma PA crescente de três termos, onde a soma dos três termos é 21 e seu produto é 315.

Solução

Estamos procurando uma PA de três termos que indicaremos por (a_1, a_2, a_3), e sua razão será **r**.

Podemos assim dizer: $\begin{cases} a_1 = a_2 - r \\ a_3 = a_2 + r \end{cases}$

Continuando:

$a_1 + a_2 + a_3 = 21$
$(a_2 - r) + a_2 + (a_2 + r) = 21$
$3a_2 = 21$
$a_2 = 21/3$
$a_2 = 7$

e

$a_1 . a_2 . a_3 = 315$
$(a_2 - r) . a_2 . (a_2 + r) = 315$
$(7 - r) . 7 . (7 + r) = 315$
$(7 - r) . (7 + r) = 315 / 7$
$49 - r^2 = 45$
$49 - 45 = r^2$
$4 = r^2$
$\sqrt{4} = r$
$r = 2$

Produtos Notáveis
$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$

Como a PA é crescente, iremos considerar apenas o valor positivo.

$a_1 = a_2 - r = 7 - 2 = 5$
$a_3 = a_2 + r = 7 + 2 = 9$

Então a PA é (5, 7, 9).

INTERPOLAÇÃO ARITMÉTICA

Muitas vezes temos o primeiro e o último termo de uma PA e desejamos conhecer os restantes. A esse fato damos o nome de interpolação aritmética.

Generalizando, inserir ou interpolar **k** meios aritméticos entre dois valores dados **a** e **b** é encontrar uma progreção aritimética (PA) onde o primeiro termo é **a**, e o último é **b** e a quantidade total de termos é **k+2**.

$$(a, \underbrace{\_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \dots, \_\_\_}_{\mathbf{k}\text{ meios aritméticos}}, b)$$

Exemplo 1: Determine a PA obtida ao se interpolar 4 meios aritméticos entre 74 e 39.

Solução

A Pa que desejamos encontrar é $(74, \underbrace{a_2, a_3, a_4, a_5,}_{\text{4 meios aritméticos}} 39)$

Vamos encontrar a razão **r** a partir da fórmula do termo geral:

$a_6 = a_1 + 5r$
$39 = 74 + 5r$
$39 - 74 = 5r$
$-35 = 5r$
$-35/5 = r$
$r = -7$

Agora que encontramos a razão, iremos determinar cada termo.

$a_2 = a_1 + r$	$a_3 = a_2 + r$	$a_4 = a_3 + r$	$a_5 = a_4 + r$
$a_2 = 74 + (-7)$	$a_3 = 67 + (-7)$	$a_4 = 60 + (-7)$	$a_5 = 53 + (-7)$
$a_2 = 74 - 7$	$a_3 = 67 - 7$	$a_4 = 60 - 7$	$a_5 = 53 - 7$
$a_2 = 67$	$a_3 = 60$	$a_4 = 53$	$a_5 = 46$

A PA desejada é: (74, 67, 60, 53, 46, 39)

Exemplo 2: Ao inserirmos 9 meios aritméticos entre 45 e 15, qual será o seu 6º termo desta PA?

Solução

$a_1 = 45$ Vamos escrever esta PA: $a_{11} = 15$

$$(45, \underbrace{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}}_{\text{9 meios aritméticos}}, 15)$$

Temos que prestar atenção que ao inserirmos 9 meios aritméticos entre 45 e 15, a PA fica com um total de 11 termos.

Vamos determinar a razão:

$a_{11} = a_1 + 10r$
$15 = 45 + 10r$
$15 - 45 = 10r$
$-30 = 10r$
$-30/10 = r$
$r = -3$

E encontrar o 6º termo:

$a_6 = a_1 + 5r$
$a_6 = 45 + 5(-3)$
$a_6 = 45 - 15$
$a_6 = 30$

Exemplo 3: Ao inserir 99 meios aritméticos entre 18 e 57, qual será o termo de número 34º desta PA?

Solução

Pelo termo Geral da PA encontraremos logo a razão. Lembrando que ao inserirmos 99 termos entre 18 e 57 a PA fica com 101 termo.

$a_{101} = a_1 + 100r$
$57 = 18 + 100r$
$57 - 18 = 100r$
$39 = 100r$
$39/100 = r$
$r = 0,39$

Encontraremos o 34º termo:

$a_{34} = a_1 + 33r$
$a_{34} = 18 + 33 . 0,39$
$a_{34} = 18 + 12,87$
$a_{34} = 30, 87$

SOMA DOS TERMOS DE UMA PA

A fórmula para calcularmos a soma dos **n** primeiros termos de uma PA finita é dada:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}}$$

Exemplo 1: Calcule a soma dos 20 primeiros inteiros positivos.

Solução

A PA informada é: (1, 2, 3, 4, … , 20)
onde $a_1 = 1$, $a_n = 20$ e $n = 20$.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2} \Rightarrow S_{20} = \frac{(1+20)20}{2} \Rightarrow S_n = \frac{(21)20}{2} \Rightarrow S_n = 210$$

Exemplo 2: Encontre a soma dos 1200 primeiros números ímpares naturais.

Solução

A PA informada é: (1, 3, 5, 7, … , a_{1200})

Calculamos a razão subtraindo dois termos consecutivos:

$r = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$

Vamos agora calcular o último termo, a_n:

$a_{1200} = a1 + 1199r$
$a_{1200} = 1 + 1199 . 2$
$a_{1200} = 1 + 2400$
$a_{1200} = 2399$

Se existe 1200 termos, para calcularmos o último usamos $a_{1200} = a_1 + 1199r$

Agora iremos calcular a soma, pois já temos todos os termos que iremos precisar:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}}$$

$$S_{1200} = \frac{(1 + 2399)1200}{2} \Rightarrow S_{1200} = \frac{(2400)1200}{2}$$

$$\Rightarrow S_{1200} = (2400)600 \Rightarrow S_{1200} = 1.440.000$$

Exemplo 3: Determine a soma dos 30 primeiros termos de uma PA onde $a_1 = 13$ e $r = 3$.

Solução

Vamos primeiro calcular o último termo:

$a_{30} = a_1 + 29r$
$a_{30} = 13 + 29.3$
$a_{30} = 13 + 87$
$a_{30} = 100$

Agora iremos calcular a soma:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2} \Rightarrow S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}).30}{2}$$

$$S_{30} = \frac{(13 + 100)30}{2} \Rightarrow S_{30} = \frac{(113)30}{2}$$

$$S_{30} = (113)15 \Rightarrow S_{30} = (113)15$$

07. PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)

DEFINIÇÃO:

Dizemos que Progressão Geométrica (PG) é qualquer sequência onde qualquer termo a partir do segundo é igual ao seu antecessor multiplicado por uma constante que chamamos de razão da PG, indicamos a razão da PG por **q**. Para uma progressão geométrica de razão **q**, temos:

$$\boxed{a_k = a_{k-1} \cdot q \text{ (para } k \geq 2)}$$

Exemplos:

a) (1, 2, 4, 8, 16, 32) é uma PG finita onde $a_1 = 1$ e $q = 2$.
b) (-5, -15, -45, …) é uma PG infinita onde $a_1 = -5$ e $q = 3$.
c) (10, 5, 5/2, 5/4, 5/8) é uma PG finita onde $a_1 = 10$ e $q = 1/2$.
d) (-10, -5, -5/2, -5/4, -5/8) é uma PG finita onde $a_1 = -10$ e $q = 1/2$.
e) (1, -2, 4, -8, 16, -32...) é uma PG infinita onde $a_1 = 1$ e $q = -2$.

Exemplo 1: Forme a PG de 5 termos tal que $a_1 = -1$ e $q = 5$.

Solução

Aplicando a fórmula geral da PG: $\boxed{a_k = a_{k-1} \cdot q}$

$a_2 = a_1 \cdot q = (-1) \cdot 5 = -5$
$a_3 = a_2 \cdot q = (-5) \cdot 5 = -25$
$a_4 = a_3 \cdot q = (-25) \cdot 5 = -125$
$a_5 = a_4 \cdot q = (-125) \cdot 5 = -625$

A PG que procuramos é: (-1, -5, -25, -125, -625).

Exemplo 2: Forme a PG de 6 termos tal que $a_6 = 1024$ e $q = -2$.

Solução

Se

$$\boxed{a_k = a_{k-1} \cdot q}$$

então

$$\boxed{a_k/q = a_{k-1} \Rightarrow a_{k-1} = a_k/q}$$

logo:

$a_5 = a_6/q = 1024/-2 = -512$
$a_4 = a_5/q = -512/-2 = 256$
$a_3 = a_4/q = 256/-2 = -128$
$a_2 = a_3/q = -128/-2 = 64$
$a_1 = a_2/q = 64/-2 = -32$

A PG procurada é (-32, 64, -128, 256, -512, 1024).

Exemplo 3: Determine o 8º termo de uma PG onde $a_3 = 2$ e $q = 3$.

Solução

$$a_1, a_2, a_3 \xrightarrow{.q} a_4 \xrightarrow{.q} a_5 \xrightarrow{.q} a_6 \xrightarrow{.q} a_7 \xrightarrow{.q} a_8$$

Para passarmos do 3º termo para o 8º termo da PG, temos que avançar 5 posições, a cada avanço multiplica-se o termo antecessor por **q**, isso quer dizer que termos que multiplicar por um total de **q^5**.

$$a_8 = a_3 \cdot q^5 = 2 \cdot 3^5 = 2 \cdot (3.3.3.3.3) = 2 \cdot 243 = 486$$

Primeiro resolvemos a potência

$3^5 = 3.3.3.3.3.3 = 243$

Exemplo 4: Determine o 3º termo da PG, onde $a_7 = 4$ e $q = -2$.

Solução

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$$

$$\div q \ \div q \ \div q \ \div q$$

Para irmos do 7º ao 3º termo da PG, temos que recuar 4 posições, para cada recuo deve-se dividir por q.

Então teremos:

$$a_3 = \frac{a_7}{q^4} = \frac{4}{(-2)^4} = \frac{4}{(-2).(-2).(-2).(-2)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

TERMO GERAL DA PG

Para nos referirmos a dois termos quaisquer da PG, usaremos a seguinte fórmula.

$$\boxed{a_n = a_m \cdot q^{n-m}}$$

Ou então, se formos nos referirmos ao 1º termo:

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

Exemplo 1: Determine o 9º termo de uma PG crescente, onde $a_7 = 1$, e $a_{13} = 729$.

Solução

Como a PG é crescente, isso indica que a razão é positiva, pois caso fosse negativa, seria uma PG alternante.

Ex: PG crescente (2, 6, 18, 54,...) q = 3 (razão positiva)
PG alternante (2, -6, 18, -54, …) q = -3 (razão negativa)

Vamos usar o termo geral:

$a_n = a_m \cdot q^{n-m}$
$a_{13} = a_7 \cdot q^{13-7}$
$729 = 1 \cdot q^6$
$729 = q^6$
$q = \sqrt[6]{729}$
$q = 3$

Calcularemos o 9º termo:

$a_9 = a_7 \cdot q^{9-7}$
$a_9 = 1 \cdot 32$
$a_9 = 1 \cdot 9$
$a_9 = 9$

Exemplo 2: Qual é a PG crescente constituída por 3 termos, sabe-se que a soma deles é 21 e seu produto é 64.

Solução

A PG procurado é constituída de 3 termos: (a_1, a_2, a_3) e razão **q**.

Sabemos que:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21$$

e

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 64$$

Podemos também deduzir: $a_2 = a_1 \cdot q \rightarrow a_1 = \dfrac{a_2}{q}$

$$a_3 = a_2 \cdot q$$

Então: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 64 \rightarrow \dfrac{a_2}{\cancel{q}} \cdot a_2 \cdot \cancel{a_2} \cdot q = 64$

$(a_2)^3 = 64 \rightarrow a_2 = \sqrt[3]{64} \rightarrow a_2 = 4$

Vamos agora calcular: $a_1 + a_2 + a_3 = 21$

$\dfrac{a_2}{q} + a_2 + a_2 \cdot q = 21 \rightarrow \dfrac{4}{q} + 4 + 4q = 21$

$\dfrac{4}{q} + 4q = 21 - 4 \rightarrow \dfrac{4}{q} + 4q = 17$

(multiplicando os dois lados da equação por q)

$4 + 4q^2 = 17q \rightarrow 4q^2 - 17q + 4 = 0$

Vamos agora calcular equação usando a fórmula de Báskara.

a = 4, b = -17 e c = 4

$$q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow q = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4.4.4}}{2.4}$$

$$q = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} \rightarrow q = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} \rightarrow q = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$q' = \frac{17 + 15}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{2}$$

$$q'' = \frac{17 - 15}{8} = \frac{32}{8} = 4$$

Temos que ter bastante atenção. Encontramos duas razões, o enunciado da questão diz que a PG é crescente, isso significa que qualquer termo sucessor é sempre maior que seu antecessor, logo teremos que considerar apenas a razão de valor 4.

Como

$$\boxed{a_2 = 4}$$

então:

$$a_1 = \frac{a_2}{q} = \frac{4}{4} = 1$$

e

$$a_3 = a_2 \cdot q = 4 \cdot 4 = 16$$

A PG procurada é (1, 4, 16).

Propriedade Característica da PG

Vamos considerar a seguinte PG (3, 6, 12, 24, 48, 96,...). Pegaremos três termos consecutivos quaisquer:

6, 12, 24

Atente ao seguinte fato:

$$12^2 = 6 \cdot 24$$

Esta propriedade é válida para três termos consecutivos quaisquer.

Considerando três termos consecutivos de uma PG, o quadrado do termo do meio é igual ao produto dos termos extremos.

$$\boxed{a_k^2 = a_{k-1} \cdot a_{k+1} \text{ (para } k \geq 2)}$$

Exemplo 1: Determine o 2º termo da PG crescente, onde $a_1 = 8$ e $a_3 = 18$

Solução

Vamos aplicar a propriedade característica da PG:

$a_2^2 = a_1 \cdot a_3$
$a_2^2 = 8 \cdot 18$
$a_2^2 = 144$
$a_2 = \sqrt{144}$
$a_2 = 12$

Interpolação Geométrica

Interpolar ou inserir **k** meios geométricos entre dois números dados **a** e **b**, é formar uma progressão onde o primeiro termo é **a** e o último termo é **b**, e o número total de termos é **k+2**.

$$(a, \underbrace{\_\_, \_\_, \_\_ \ldots, \_\_}_{\text{k meios geométricos}}, b)$$

Exemplo 1: Determine a PG crescente interpolando 3 meios geométricos entre 4 e 324.

Solução

$$\underset{a_1}{(4}, \underbrace{\_\_, \_\_, \_\_}_{\text{3 meios geométricos}}, \underset{a_5}{324)}$$

Vamos determinar a razão usando a fórmula do termo geral:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1}$

$324 = 4 \cdot q^4$

$324/4 = q^4$

$81 = q^4$

$\sqrt[4]{81} = q$

$q = \pm 3$

Como a PG é crescente iremos considerar a razão positiva.

Então:

$a_2 = a_1 \cdot q = 4 \cdot 3 = 12$

$a_3 = a_2 \cdot q = 12 \cdot 3 = 36$

$a_4 = a_3 \cdot q = 36 \cdot 3 = 108$

A PG procurada é (4, 12, 36, 108, 324).

Produto dos Termos de uma PG

Numa PG qualquer, o produto dos termos extremos é igual ao produto de dois termos equidistantes dos extremos.

Considere a seguinte PG:

(1, 2, 4, 8, 16, 32, 64)

Perceba que:

$$1 \,.\, 64 = 2 \,.\, 32 = 4 \,.\, 14 = 8 \,.\, 8$$

Seja P_n o produto dos termos de uma PG, seu resultado é igual a raiz quadrada do produto dos extremos elevado a quantidade de termos.

$$\boxed{P_n = \sqrt{(a_1 \,.\, a_n)^n}}$$

Exemplo 1: Determine o produto dos 10 primeiros termos da PG (3, 6, 12, …).

$a_1 = 3$
$q = 2$

$$a_{10} = a_1 \,.\, q^{10-1} = 3 \,.\, 2^9$$

O produto será:

$P_n = \sqrt{(a_1 \,.\, a_n)^n}$
$P_n = \sqrt{(3.(3.\, 2^9))^{10}}$
$P_n = (3\,.(3.\, 2^9))^5$
$P_n = (3^2\,.2^9)^5$
$P_n = 3^{10} \,.\, 2^{45}$

SOMA DOS TERMOS DE UMA PG

Para calcularmos a soma dos n primeiros termos de uma PG utilizaremos a seguinte fórmula:

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad (\text{para } q \neq 1)}$$

Se a PG for constante, ou seja, $q = 1$, utilizaremos a seguinte fórmula:

$$\boxed{S_n = n \cdot a_1 \ (\text{para } q = 1)}$$

Exemplo 1: Determine a soma dos 9 primeiros termos da PG (2, 4, 8,...).

Solução

Temos: $a_1 = 2$ e $q = 2$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_9 = \frac{2 \cdot (2^9 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_9 = \frac{2.(512 - 1)}{1} \rightarrow S_9 = 2.(511) \rightarrow S_9 = 1022$$

Exemplo 2: Determine a soma dos 20 primeiros termos da PG (6, 6, 6,...)

Solução

$S_n = n \cdot a_1 = 20 \cdot 6 = 120$

08. RESUMO
PROGREÇÃO ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA

TERMO GERAL DA PA

$$a_n = a_m + (n - m)\, r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)\, r$$

PROPRIEDADE CARACTERÍSTICA DA PA

Pegando-se três termos consecutivos quaisquer de uma PA, o termo do meio é média aritmética dos outros dois.

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2} \quad (\text{para } k \geq 2)$$

INTERPOLAÇÃO ARITMÉTICA

Inserir ou interpolar **k** meios aritméticos entre dois valores dados **a** e **b** é encontrar uma progreção aritimética (PA) onde o primeiro termo é **a**, e o último é **b** e a quantidade total de termos é **k+2**.

$$(a, \underbrace{\_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \dots, \_\_\_}_{\textbf{k}\text{ meios aritméticos}}, b)$$

SOMA DOS TERMOS DE UMA PA

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

Termo Geral da PG

$a_n = a_m \cdot q^{n-m}$ $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

Propriedade característica da PG

Considerando três termos consecutivos de uma PG, o quadrado do termo do meio é igual ao produto dos termos extremos.

Interpolação Geométrica

Interpolar ou inserir **k** meios geométricos entre dois números dados **a** e **b**, é formar uma progressão onde o primeiro termo é **a** e o último termo é **b**, e o número total de termos é **k+2**.

$$(a, \underbrace{\_\_, \_\_, \_\_ \dots , \_\_}_{\textbf{k} \text{ meios geométricos}}, b)$$

Produto dos Termos de Uma PG

Numa PG qualquer, o produto dos termos extremos é igual ao produto de dois termos equidistantes dos extremos.

Seja P_n o produto dos termos de uma PG, seu resultado é igual a raiz quadrada do produto dos extremos elevado a quantidade de termos.

$$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

Soma dos Termos de uma PG

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad (\text{para } q \neq 1)$$

$$S_n = n \cdot a_1 \ (\text{para } q = 1)$$

Questões I

1. (TJ/SP - Escrevente Técnico Judiciário) Numa fazenda há ovelhas e avestruzes, totalizando 90 cabeças e 260 patas. Camparando-se o número de avestruzes com o das ovelhas, pode-se afirmar que há:

a) igual número de ovelhas e de avestruzes
b) dez cabeças a mais de ovelhas
c) dez cabeças a mais de avestruzes
d) oito cabeças a mais de ovelhas
e) oito cabeças a mais de avestruzes

2. (UNIP-SP) Se $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ então qual é o valor de x^y?

a) 2
b) 4
c) 8
d) 16
e) 32

3. (INTEGRI - Médico - Cardiologia) O sistema de equações abaixo tem como solução:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 6x + 3y = 21 \end{cases}$$

a) $x = 2$; $y = 3$
b) $x = 3$; $y = 2$
c) $x = 4$; $y = 3$
d) $x = 3$; $y = 4$

4. (UGF-RJ) Resolva o sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$$

a) $x = 2$; $y = 3$
b) $x = 3$; $y = 2$
c) $x = 4$; $y = 3$
d) $x = 3$; $y = 4$
e) $x = 2$; $y = 4$

5. (INSS - Técnico da Previdência) Geraldo devia R$ 55,00 a seu irmão e pagou a dívida com notas de R$ 5,00 e R$ 10,00. Se, ao todo, o irmão de Geraldo recebeu 7 notas, quantas eram as notas de R$ 10,00?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

6. (PUC-SP) $\begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ 6x - 5y = 2 \end{cases}$

a) $x = \frac{1}{3}$; $y = \frac{1}{5}$
b) $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{3}$
c) $x = \frac{1}{5}$; $y = \frac{1}{2}$
d) $x = \frac{1}{3}$; $y = \frac{1}{2}$
e) $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{5}$

7. (UFV-MG) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$

a) $x = 1; y = 2$
b) $x = 2; y = 1$
c) $x = 3; y = 0$
d) $x = 0; y = 3$
e) $x = 1; y = 3$

8. (FCC - Analista de Processos Organizacionais) Um goleiro cobrou o tiro de meta e a bola descreveu uma trajetória dada pela $h = 4t - t^2$, sendo h a altura, em metros e t o tempo, em segundos. A altura máxima que a bola atingiu foi de:

a) 2 m
b) 4 m
c) 6 m
d) 8 m
e) 10 m

9. (MEMORIAL - Assistente Administrativo) Na equação $\mathbf{2x^2 - 7x + 4 = 0}$, a soma das raízesé igual a:

a) $\frac{3}{4}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $\frac{3}{7}$
d) $\frac{7}{2}$
e) $\frac{3}{5}$

10. (ACEP - Assistente Administrativo) Uma agência bancária vende dois tipos de ações. O primeiro tipo é vendido a R$1,20 por cada ação e o segundo a R$1,00. Se um investidor pagou R$ 1.050,00 por mil ações, então necessariamente ele comprou:

a) 300 ações do primeiro tipo
b) 300 ações do segundo tipo
c) 250 ações do primeiro tipo
d) 250 ações do segundo tipo
e) 200 ações do primeiro tipo

11. (CONESUL - Agente Administrativo) O produto das raízes da equação de 2º grau $\mathbf{y = f(x) = 3x^2 + 2x + 18}$ é:

a) 3 / 2
b) 2 / 3
c) 9
d) 6
e) 3

12. (UFPA) Um cidadão, ao falecer, deixou uma herança de R$ 200.000,00 para ser distribuída, de maneira equitativa, entre seus x filhos. No entanto, três desses filhos renunciaram às suas respectivas partes nessa herança, fazendo com que os demais x - 3 filhos, além do que receberam normalmente, tivessem um adicional de R$ 15.000,00 em suas respectivas partes dessa herança. Portanto, o número x de filhos do referido cidadão é:

a) 8
b) 10
c) 5
d) 4
e) 7

13. (FIP-SJC - Programador) Qual é o valor de m para que a equação (m - 1) x^2 + mx + 1 = 0 admita duas raízes reais distintas?

a) $m > 1$
b) $m \neq 1$
c) $m \neq 2$
d) $m \leq 0$
e) $m = 4$

14. (FCC - Agente Penitenciário) Em certo momento, o número X de soldados em um policiamento ostensivo era tal que subtraindo-se do seu quadrado o seu quádruplo, obtinha-se 1 845. O valor de X é:

a) 42
b) 45
c) 48
d) 50
e) 52

15. (FCC - Técnico Judiciário) Considere que:

1 milissegundo (ms) = 10^3 segundo
1 microssegundo (s) = 10^6 segundo
1 nanossegundo (ns) = 10^9 segundo
1 picossegundo (ps) = 10^{12} segundo

Nessas condições, a soma 1 ms + 10s + 100 ns + 1 000 ps NÃO é igual a:

a) 1,010101 ms
b) 0,001010101 s
c) 1 010 101 000 ps
d) 1 010 101 ns
e) 1 0 101,01 s

16. (CESGRANRIO) Raquel saiu de casa às 13h 45min, caminhando até o curso de inglês que fica a 15 minutos de sua casa, e chegou na hora da aula cuja duração é de uma hora e meia. A que horas terminará a aula de inglês?

a) 14h
b) 14h 30min
c) 15h 15min
d) 15h 30min
e) 15h 45min

17. (ACEP - Assistente Administrativo) Seja a $\in$ R. Sabe-se que o sistema de equações lineares abaixo possui pelo menos uma solução x, y, z, $\in$ R. Então podemos afirmar que:

a) $(a - 1)^2 (a + 2) \neq 0$
b) $a \neq -2$
c) $a \neq 1$
d) $a = 1$
e) $a = -2$

18. (TFC) Em um depósito devem ser acondicionadas caixas em forma de cubo medindo externamente 50 cm de aresta ou lado da face. Considerando que se arrumaram as caixas face a face formando uma base retangular de 10 por 30 caixas e sempre com 12 caixas de altura, obtenha o volume do paralelepípedo formado, admitindo que as caixas se encaixam ao lado e em cima das outra perfeitamente, sem perda de espaço.

a) 450 m^3
b) 360 kl
c) 288 m^3
d) 240 m^3
e) 150 kg

19. (FUVEST-SP) A soma e o produto das raízes da equação do 2º grau $(4m + 3n)x^2 - 5nx + (m - 2) = 0$ valem, respectivamente, 5/8 e 3/32. Então m + n é igual a:

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

20. (UEMT) Se num campeonato de futebol é verdade que "quem não faz, leva", ou seja, time que não marca gol numa partida sofre ao menos um gol nessa mesma partida, então:

a) em todos os jogos os dois times marcam gols
b) nenhum jogo termina empatado
c) o vencedor sempre faz um gol a mais que o vencido
d) nenhum jogo termina 0 x 0, ou seja, sem gols
e) resultados como 1 x 0, 2 x 0 ou 3 x 0 não são possíveis

21. (Petrobrás) Uma peça de lona retangular tem 10 m de comprimento e 1,2 m de largura. Qual é o número máximo de pedaços quadrados, de 0,25 m² de área, que podem ser cortados dessa peça?

a) 48
b) 44
c) 40
d) 30
e) 20

22. (ELETRONORTE) Se "cada macaco fica no seu galho":

a) tem mais macaco do que galho
b) pode haver galho sem macaco
c) dois macacos dividem um galho
d) cada macaco fica em dois galhos
e) dois galhos dividem um macaco

23. (UERGS) Sendo S a soma e P o produto das raízes da equação $\mathbf{2x^2 - 5x - 7 = 0}$, pode-se afirmar que:

a) $S - P = 6$
b) $S + P = 2$
c) $S . P = 4$
d) $S : P = 1$
e) $S < P$

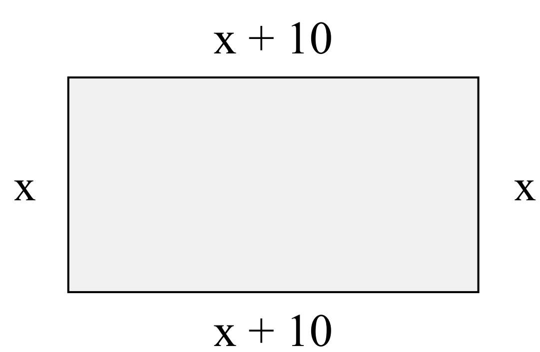
24. (FCC - Agente de Fiscalização Financeira) Sabe-se que, no ano de 2004 o mês de fevereiro teve 5 domingos. Isso acontecerá novamente no ano de:

a) 2018
b) 2020
c) 2024
d) 2032
e) 2036

QUESTÕES RESPONDIDAS I

01. (CORREIOS) Se o perímetro de um terreno em forma de retângulo é igual a 180m e se um dos lados desse retângulo mede 10m a mais que o outro, então a área do terreno é igual a:

a) 1.800 m^2
b) 1.600 m^2
c) 1.400 m^2
d) 1.200 m^2
e) 2.000 m^2



Como o perímetro é 180, então:

> Dizemos que perímetro é o comprimento do contorno de uma figura plana.

$180 = x + x + (x+10) + (x+10)$
$180 = 4x + 20$
$180 - 20 = 4x$
$160 = 4x$
$160 : 4 = x$
$x = 40$

Área é igual a:

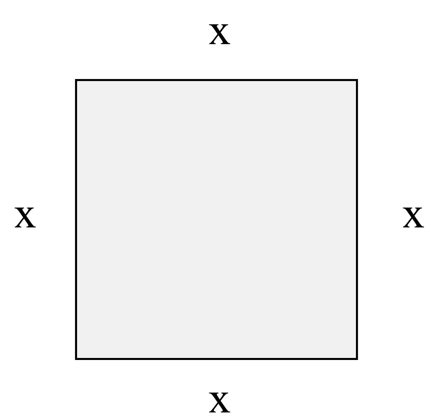
$A = x(x+40)$
$A = 40(40+10)$
$A = 40 . 50$
$A = 2000\ m^2$

Resposta: E

02. (TRT - RS) Suponha que a sala de audiência de uma Vara Trabalhista será reformada e ficará com a forma de um retângulo que tem 67,2 m de perímetro. Para que a área dessa sala seja máxima as suas dimensões deverão ser:

a) 37,2 m × 39,0 m.
b) 33,6 m × 33,6 m.
c) 21,4 m × 12,2 m.
d) 16,8 m × 16,8 m.
e) 15,6 m × 18,0 m.

Este problema é clássico. É resolvido tomando em conta que um determinado perímetro em forma de retângulo atinge área máxima quando se encontra na forma de quadrado.



Lembre-se!
Todo quadrado é retângulo, mas nem todo retângulo é quadrado.

Vamos chamar o perímetro de p:

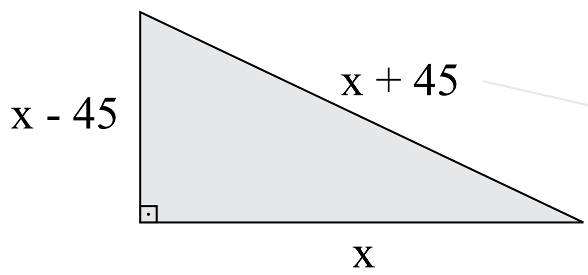
$p = x + x + x + x$
$67{,}2 = 4x$
$67{,}2 : 4 = x$
$x = 16{,}8$

Resposta: D

03. (OFICIAL BOMBEIROS MILITAR) As distâncias entre 3 cidades, medidas em quilômetros, são os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo. Considerando que essas medidas estão em progressão aritmética, com razão 45, julgue os itens que se seguem.

A área do triângulo retângulo mencionado no texto é igual a 12.150 km

( ) Certo ( ) Errado



A hipotenusa é o lado maior em um triângulo retângulo.

$(x - 45)^2 + x^2 = (x + 45)^2$

$(x^2 - 90x + 2025) + x^2 = x^2 + 90x + 2025$

$x^2 - 180x = 0$

$x\,(x - 180) = 0$

$x = 0$

$x - 180 = 0$

$x = 180$

Não existe triângulo com lado zero.

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b\,.\,h}{2}$$

Altura:
x - 45
180 - 45
Altura = 135

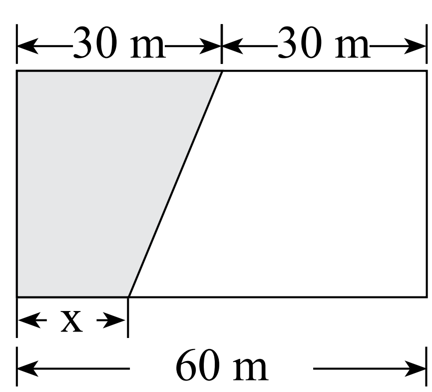
$$A_{\text{triângulo}} = \frac{180\,.\,135}{2}$$

$A_{\text{triângulo}} = 12.150$ km

Resposta: Certo

04. (MPE-RS) A figura mostra um terreno retangular de largura 60m. Se a área da região destacada na figura corresponde a 30% da área do terreno, então a medida x vale:

a) 15 m.
b) 12 m.
c) 10 m.
d) 6 m.
e) 3 m.



A área destacada vale 30% da área do terreno todo, lembrando que a área do terreno é um retângulo. Largura é menor lado e mede 60m, pela figura o comprimento também mede 60.

$$A_{trapézio} = \frac{30 \cdot A_{retângulo}}{100}$$

$$\frac{(b + B) \cdot h}{2} = \frac{30}{100} \cdot 60 \cdot 60$$

$$\frac{(x + 30) \cdot 60}{2} = 1080$$

$(x + 30) \cdot 30 = 1080$

$30x + 900 = 1080$

$30x = 180$

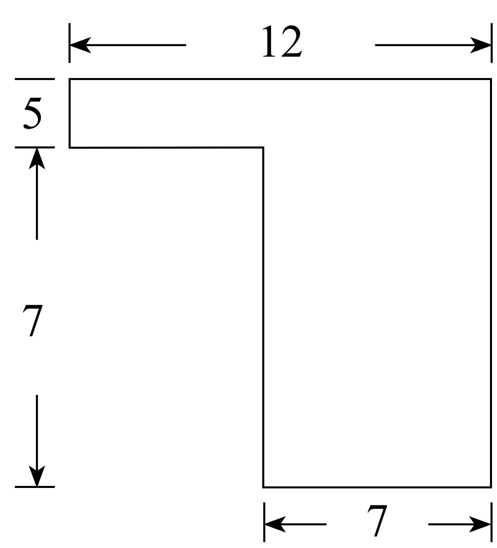
$x = 180 : 30$

$x = 6$ m

Resposta: D

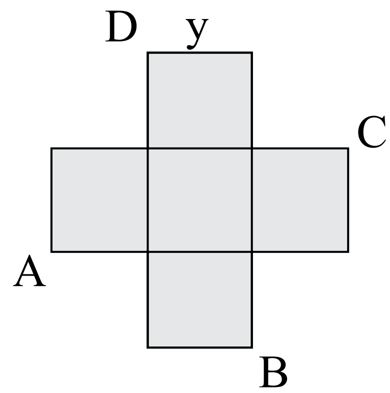
QUESTÕES DE CONCURSOS E VESTIBULARES I

01. (UFPR) Qual o valor da área da figura?



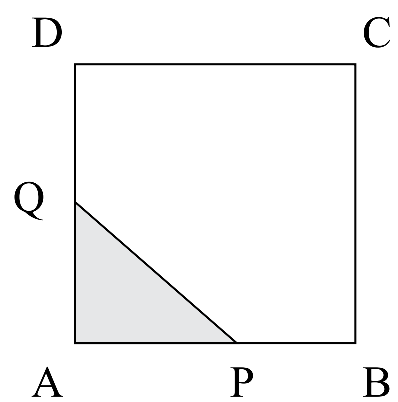
a) 95m²
b) 144m²
c) 169m²
d) 119m²
e) 109m²

02. (CESGRANRIO-RJ) Cinco quadrados de lado y formam a cruz da figura. A área do quadrilátero convexo de vértices A, B, C, e D é:



a) $2\sqrt{5}y^2$
b) $4y^2$
c) $4\sqrt{3}y^2$
d) $5y^2$
e) $6y^2$

03. (UNIFOR-CE) ABCD é um quadrado de área igual a 1. São tomados dois pontos, P € $\overline{AB}$ e Q € $\overline{AD}$, tais que $\overline{PA} + \overline{AQ} = \overline{AD}$. Então o maior valor da área do triângulo APQ é:



a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{8}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{16}$

04. (UFRN) A área de um terreno retangular é de 281,25 m^2. Se o lado maior do terreno excede de 25% o lado menor, então o perímetro do terreno é igual, em m, a:

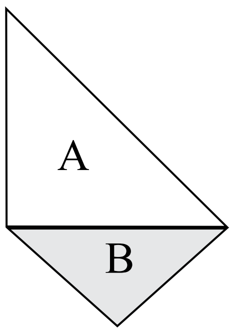
a) 67,5
b) 71,5
c) 75,5
d) 79,5
e) 83,5

05. (PUC-RJ) 30% da área de um painel de 200 cm x 240 cm é ocupada por ilustrações e 12% das ilustrações são em vermelho. Então a área ocupada pelas ilustrações em vermelho é igual a:

a) 1728 cm^2
b) 17,28 cm^2
c) 172,8 cm^2
d) 1,728 cm^2
e) 17280 cm^2

06. (CESGRANRIO-RJ) Os triângulos A e B da figura são retângulos isósceles. Então a razão da área de A para a de B é:

a) $\sqrt{3}$
b) $\sqrt{2}$
c) 2
d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
e) $\frac{3}{2}$

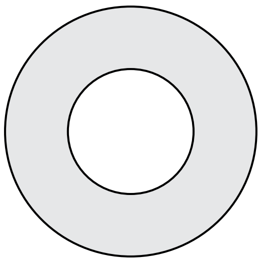


07. (PUCSP) Os diâmetros das pizzas grande e média são 40cm e 36cm, respectivamente. Qual deve ser o preço da média se a grande custa R$ 200 e os preços são proporcionais às áreas das pizzas?

a) R$ 155,00
b) R$ 162,00
c) R$ 174,00
d) R$ 185,00
e) R$ 190,00

08. (PUC-RJ) Dados dois discos concêntricos, de raios 1 e 1/2, a área da coroa circular compreendida entre eles é:

a) 50% da área do disco menor
b) 75% da área do disco maior
c) igual a área do disco menor
d) o dobro da área do disco menor
e) a metade da área do disco menor



09. (UMC-SP) Um quadrado é inscrito em um setor de 90º e raio r. Aárea da região destacada é:

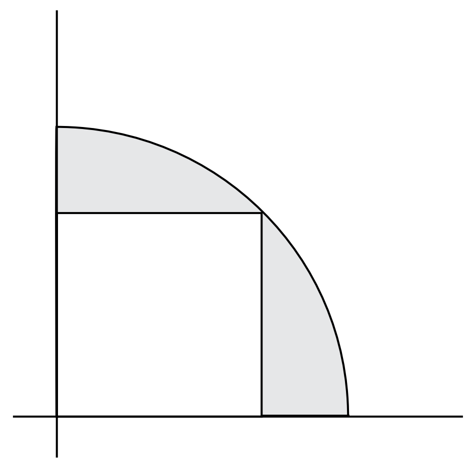
a) $\frac{\pi - \sqrt{2}}{4} r^2$

b) $\frac{\pi - 2}{4} r^2$

c) $\frac{\pi - \sqrt{2}}{2} r^2$

d) $\frac{\pi . r^2}{4} - r^2$

e) $\frac{(n - 1) . r^2}{2}$



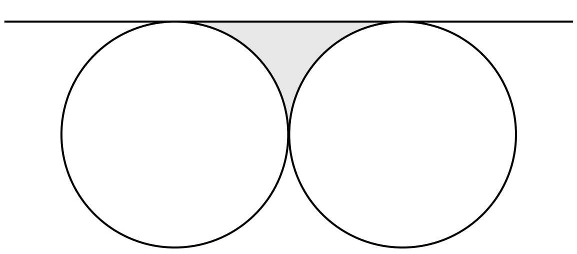
10. (UNIFOR-CE) Se os círculos desta figura possuem raios iguais a $\sqrt{2}$ cm, então o valor da área destacada, em cm^2, é:

a) $4 - \pi$

b) $\pi - \sqrt{2}$

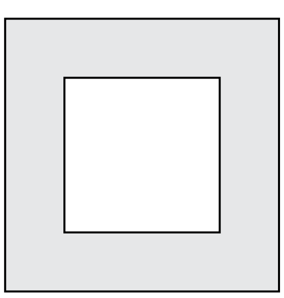
c) 4

d) $4\pi - \sqrt{2}$



11. (PREFEITURA DE ITABAIANA - SE) Qual é a área da região em negrito na figura apresentada se os perímetros dos quadrados maior e menor são, respectivamente iguais a 18m e 14m?

a) $6m^2$
b) $8m^2$
c) $10m^2$
d) $9m^2$
e) $7m^2$



12. (FUVEST-SP) ABC é um triângulo equilátero de lado igual a 2. MN, NP e PM são arcos de circunferências com centros nos vértices A, B e C, respectivamente, e de raios todos iguais a 1. A área da região sombreada é:

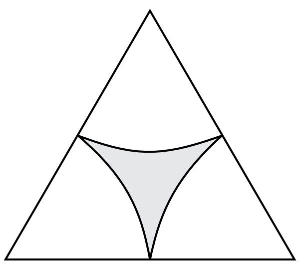
a) $\sqrt{3} - \frac{3\pi}{4}$

b) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

c) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

d) $4\sqrt{3} - 2\pi$

e) $8\sqrt{3} - 3\pi$

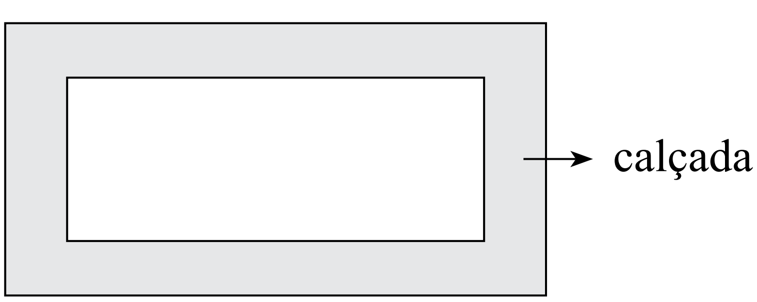


13. (PREFEITURA DE ITABAIANA - SE) Qual das figuras geométricas citadas é não-plana?

a) Triângulo
b) Paralelogramo
c) Circunferência
d) Paralelepípedo
e) Círculo

14. (VUNESP - SP) Em um jardim, um canteiro retangular, cujos lados medem 6 m e 10 m, foi cercado por uma calçada com largura constante de 1,2 m, conforme mostra a figura. Nessa calçada foram assentadas 276 placas quadradas iguais de certo piso, sem haver espaços entre elas. Conclui-se, então, que a medida do lado de cada placa é:

a) 20cm
b) 25cm
c) 30cm
d) 40cm
e) 60cm



15. (FUMARC) Corta-se um arame de 30 metros em duas partes. Com cada uma das partes constrói-se um quadrado. Se S é a soma das áreas dos dois quadrados, assim construídos, então o menor valor possível para S é obtido quando:

a) o arame é cortado em duas partes iguais
b) uma parte é o dobro da outra
c) uma parte é o triplo da outra
d) uma parte mede 16 metros de comprimento

16. (FUMARC) Com 30 metros de tecido, foram fabricadas 25 camisas de tamanho G. Uma camisa de tamanho P gasta-se 15% a menos de tecido do que gasta para o tamanho G.

Então, é CORRETO afirmar que, com os mesmos 30 metros de tecido, é possível fabricar:

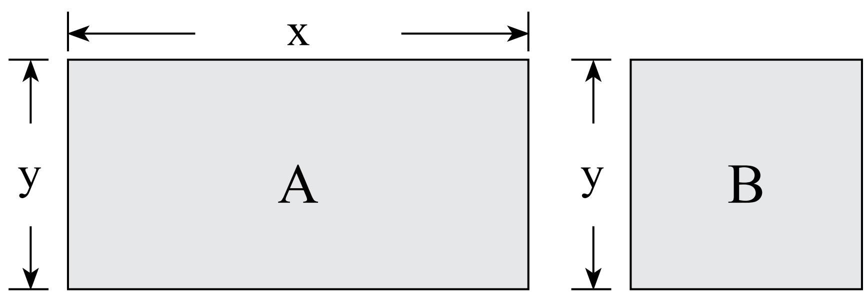
a) 29 camisas de tamanho P.
b) 30 camisas de tamanho P.
c) 31 camisas de tamanho P.
d) 32 camisas de tamanho P.

17. (CESGRANRIO) Ao lado, temos a planta de um terreno retangular, de 810 m^2 de área cercado por um muro. Note que o terreno tem 36 m de comprimento, e que há um único portão de acesso com 2,5 m de largura.

Qual é o comprimento do muro que cerca esse terreno (metros)?

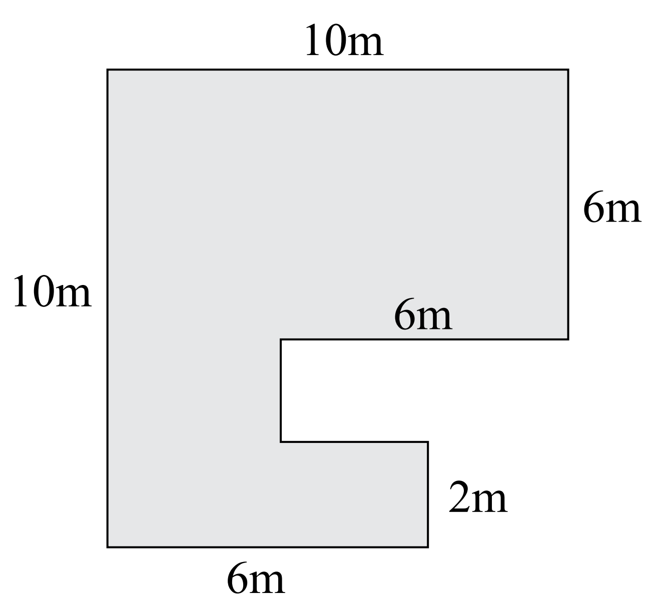
a) 113,0
b) 113,5
c) 114,5
d) 116,0
e) 117,0

18. (FUNESP) Os painéis A, retangular, e B, quadrado, mostrados nas figuras, foram confeccionados para uma exposição. Sabe-se que o painel A tem 3,75 m² de área, e que a medida do lado y é igual a 3/5 da medida do lado x. A diferença entre os perímetros dos painéis A e B, nessa ordem, é igual a:



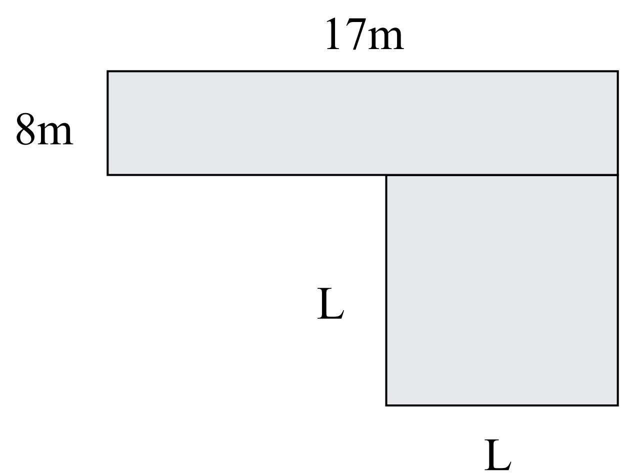
a) 1,50m
b) 1,75m
c) 2,00m
d) 2,20m
e) 2,25m

19. (CESPE) Sabendo-se que todos os ângulos dos vértices do terreno ilustrado na figura acima medem 90º e que o metro quadrado do terreno custa R$ 120,00, é correto afirmar que o preço desse terreno é:



a) superior a R$ 9.900,00 e inferior a R$ 10.100,00
b) superior a R$ 10.100,00
c) inferior a R$ 9.500,00
d) superior a R$ 9.500,00 e inferior a R$ 9.700,00
e) superior a R$ 9.700,00 e inferior a R$ 9.900,00

20. (CESPE) A primeira unidade do novo modelo de agência franqueada dos Correios foi inaugurada em 10/2/2011, em Ourinhos, no interior do estado de São Paulo. A nova agência, com 200 metros quadrados de área, situa-se na Vila Recreio.



Considerando que essa nova agência seja composta de 2 salas, uma retangular, com lados medindo 17 m e 8 m e outra, quadrada, com lados medindo L metros, conforme ilustrado na figura acima, é correto afirmar que o valor de L é:

a) superior a 5 e inferior a 7.
b) superior a 7 e inferior a 9.
c) superior a 9.
d) inferior a 3.
e) superior a 3 e inferior a 5.

QUESTÕES RESPONDIDAS II

1. (CESGRANRIO-RJ) O primeiro termo a de uma progressão aritmética de razão 13 satisfaz $0 \leq a \leq 10$. Se um dos termos da progressão é 35, o valor de **a** é:

a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 3

Solução

Sabemos que:

$$\boxed{a_{n-1} = a_n - r}$$

então:

$$35 - 13 = 22$$
$$22 - 13 = 9$$

como $0 \leq a \leq 10$, concluímos que a resposta é a letra **c**

Resposta: C

2. (CESGRANRIO-RJ) Em uma progressão aritmética de 41 termos e razão 9, a soma do termo do meio com o seu antecedente é igual ao último termo. Então o termo do meio é:

a) 369 b) 189 c) 201 d) 171 e)180

Solução

Se possui 41 termo, então o termo do meio é o a_{21}

A soma do deste com o seu antecessor é igual ao último termo:

$$a_{21} + a_{20} = a_{41}$$

Para facilitar o entendimento vamos igualar tudo pelo termo geral da PA:

$$\boxed{a_n = a_m + (n - m)\, r}$$

$a_{21} = a_{20} + (21 - 20) \,.\, 9 \quad \Rightarrow \quad a_{21} = a_{20} + 9$
$a_{41} = a_{20} + (41 - 20) \,.\, 9 \quad \Rightarrow \quad a_{41} = a_{20} + 189$

Como:

$a_{21} + a_{20} = a_{41}$
$(a_{20} + 9) + a_{20} = a_{20} + 189$
$a_{20} + a_{20} - a_{20} = 189 - 9$
$a_{20} = 180$

O termo do meio é a_{21}, então

$a_{21} = a_{20} + r$
$a_{21} = 180 + 9$
$a_{21} = 189$

Resposta: B

3. (PUC-RS) As medidas dos ângulos internos de um triângulo estão em progressão aritmética de razão 20. O menor ângulo desse triângulo mede:

a) 30º b) 40º c) 50º d) 60º e) 80º

Solução

Vamos chamar os ângulos de a, b e c. Sabemos que:

$$a + b + c = 180$$

Como os ângulos estão em PA de razão 20, então:

$a + (a+20) + (a+40) = 180$
$3a + 60 = 180$
$3a = 180 - 60$
$a = 120 : 3$
$a = 40$

Resposta: B

4. (UM-SP) O valor de r para que a sequência (r-1, 3r-1, r-3) seja uma PA é:

a) -1 b) $-\frac{1}{2}$ c) 1 d) $\frac{1}{2}$ e) 2

Solução

Para que seja uma PA devemos ter:

$$a_{n-1} + r = a_n = a_{n+1} - r$$

Com isso podemos montar um sistema de equação.

Não podemos confundir o **r** da sequência, com o **r** (razão), para não misturarmos vamos chamar a razão de **m**.

$$\begin{cases} r - 1 + m = 3r - 1 & \rightarrow \text{1ª equação} \\ 3r - 1 + m = r - 3 & \rightarrow \text{2ª equação} \end{cases}$$

Vamos isolar o m:

1ª equação	→	$m = 3r - 1 - r + 1$	→	$m = 2r$
2ª equação	→	$m = r - 3 - 3r + 1$	→	$m = -2r - 2$

Igualando a 1ª equação com a 2ª equação:

$2r = -2r - 2$

$2r + 2r = -2$

$4r = -2$

$$r = -\frac{2}{4}$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

Resposta: B

5. (UM-SP) Numa progressão aritmética onde $a_9 + a_{37} = 94$, a soma dos 45 primeiros termos é:

a) 2092 b) 2115 c) 2025 d) 2215 e) 2325

Solução

Em uma PA a soma de dois termos equidistantes ao centro são iguais, e o termo do centro, no caso de uma PA com quantidade ímpar de termos, é a metade da soma de dois termos equidistantes.

Logo na PA do enunciado temos 45 termos, onde o termo central é o a_{23}, logo ficamos com 22 termos de cada lado em relação ao termo central.

Como a soma de dois termos equidistantes sempre será 94, e temos um total de 22 somas entre os termos, mais a soma do termo central:

Valor de cada soma

Quantidade de soma

$22 \;.\; 94 + 47$

$2068 + 47$

2115

O termo central, metade de 94

Resposta: B

6. (CESGRANRIO-RJ) Uma pessoa deposita R$ 100.000 em caderneta de poupança, que rende 10% a cada mês. Se não fez qualquer retirada, ao final de três meses ela terá na sua caderneta:

a) R$ 132.000 b) R$ 133.100 c) R$ 134.200
d) R$ 134.500 e) R$ 134.800

Solução

Este tipo de problema se resolve por meio de PG, agora temos que ter um pouco de cuidado na interpretação:

a_1, ⟶ valor inicial
a_2, ⟶ montante após o 1º mês
a_3, ⟶ montante após o 2º mês
a_4, ⟶ montante após o 3º mês

Como o juros é de 10%, então teremos que multiplicar por 1,1 que é a razão.

$$\boxed{a_n = a_1 \;.\; q^{n-1}}$$

$a_4 = 100000 \,.\, (1,1)^{4-1}$

$a_4 = 100000 \,.\, (1,1)^{3}$

$a_4 = 100000 \,.\, 1,331$

$a_4 = 133.100$

Resposta: B

7. (FUVEST-SP) A cada ano que passa, o valor de um carro diminui de 30% em relação ao seu valor no ano anterior. Se **V** for o valor do carro no 1º ano, o seu valor no 8º ano será:

a) $(0,7)^7$ V b) $(0,3)^7$ V c) $(0,7)^8$ V d) $(0,3)^8$ V e) $(0,3)^9$ V

Solução

a_1, $\rightarrow$ valor durante o 1º ano
a_2, $\rightarrow$ valor durante o 2º ano
a_3, $\rightarrow$ valor durante o 3º ano
.
.
.
a_8, $\rightarrow$ valor durante o 8º ano

Como seu valor sempre diminui em 30%, é só multiplicarmos por 0,7 que será nossa razão.

$\boxed{a_n = a_1 \,.\, q^{n-1}}$

$a_8 = v \,.\, (0,7)^{8-1}$

$a_8 = v \,.\, (0,7)^{7}$

Resposta: A

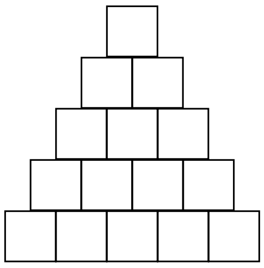
QUESTÕES DE CONCURSOS E VESTIBULARES II

1. (PUC-SP) um escritor escreveu, em um dia, as 20 primeiras linhas de um livro. A partir desse dia, ele escreveu, em cada dia, tantas linhas quantas havia escrito no dia anterior, mais 5 linhas. O livro tem 17 páginas, cada uma com exatamente 25 linhas. Em quantos dias o escritor terminou de escrever o livro?

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 17

2. (FCMSC-SP) Numa farmácia, costuma-se empilhar os vidros de um determinado medicamento em filas horizontais superpostas, como mostra a figura. quantas dessas filas seriam necessárias para empilhar 171 vidros?

a) 19
b) 18
c) 17
d) 16
e) 15



3. (FATEC-SP) Em uma PA a soma do 3º com o 7º termo vale 30 e a soma dos 12 primeiros termos vale 216. A razão dessa PA é:

a) 0,5
b) 1
c) 1,5
d) 2
e) 2,5

4. (CESGRANRIO-RJ) Se x = (1+3+...+49) é a soma dos ímpares de 1 a 49, se y = (2+4+...+50) é a soma dos pares de 2 a 50, então x-y vale:

a) -50
b) -25
c) 0
d) 25
e) 50

5. (FGV-SP) A soma dos 50 primeiros termos de uma PA na qual $a_6 + a_{45} = 160$, é:

a) 3480
b) 4000
c) 4200
d) 4320
e) 4500

6. (PUC-SP) Qual a soma dos 100 primeiros números ímpares positivos?

a) 2000
b) 5100
c) 8000
d) 10000
e) 100000

7. (FUVEST-SP) O preço de certa mercadoria sofre anualmente um acréscimo de 100%. Supondo que o preço atual seja R$ 100, daqui a três anos o preço será:

a) R$ 300
b) R$ 400
c) R$ 600
d) R$ 800
e) R$ 1000

8. (UNESP) Uma progressão aritmética e uma geométrica têm o número 1 como primeiro termo. Seus sextos termos também coincidem, e a razão da progressão geométrica é 2. a razão da progressão aritmética é:

a) $\frac{31}{5}$ b) 6 c) $\frac{32}{5}$ d) maior que 11 e) menor que 6

9. (FUVEST-SP) No dia 1º de setembro foi aberta uma caderneta de poupança e depositada uma quantia X. No dia 1º de dezembro do mesmo ano o saldo era de R$ 665.500. Sabendo que, entre juros e correção monetária, a caderneta rendeu 10% ao mês, qual era a quantia X, em milhares de cruzeiros?

a) 650
b) 600
c) 550
d) 500
e) 450

10. (CESCEA-SP) O 6º e o 7º termo de uma progressão geométrica valem, respectivamente, 3 e $3(2+\sqrt{3})$. Então o 5º termo é:

a) $3(2-\sqrt{3})$ b) $\frac{3}{2}+\frac{2}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{3(2-\sqrt{3})}{7}$ d) $6-\sqrt{3}$ e) $1-\sqrt{2}$

11. (FUVEST-SP) O 5º e o 7º termo de uma PG de razão positiva valem respectivamente 10 e 16. O 6º termo dessa PG é:

a) 13 b) $10\sqrt{6}$ c) 4 d) $4\sqrt{10}$ e) 40

12. (PUCC-SP) Os números 2, 3 e 4 estão em progressão aritmética. O número que devemos somar a cada um deles para obtermos uma progressão geométrica é:

a) $-\frac{1}{6}$ b) 1 c) impossível encontrá-lo d) $\frac{5}{9}$ e) n.d.a.

13. (CESGRANRIO-RJ) Se x e y são positivos e se x, xy e 3x, estão, nesta ordem, em progressão geométrica, então o valor de y é:

a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) 3 e) 9

14. (CESGRANRIO-RJ) Adicionando-se a mesma constante a cada um dos números 6, 10 e 15, nessa ordem, obtemos uma progressão geométrica de razão:

a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{3}$ d) 4 e) 31

15. (PUC-SP) A sequência (1, a, b) é uma progressão aritmética e a sequência (1, b, a) é uma progressão geométrica não-constante. O valor de a é:

a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) 1 d) 2 e) 4

16. (FUMJ-SP) A sequência (2, 1+2x, 6+x) é uma progressão aritmética. Somando-se y unidades ao 3º termo, obtém-se uma progressão geométrica. O valor de x.y é:

a) 4 b) 5,5 c) 1 d) 2 e) 4

17. (UFES) A soma dos termos de ordem ímpar de uma PG infinita é 20 e a soma dos termos de ordem par é 10. O 3º termo dessa PG é:

a) $\frac{15}{4}$ b) 5 c) $\frac{11}{2}$ d) 4 e) $\frac{13}{2}$

18. (UEFS) Os números que expressam os ângulos de um quadrilátero, estão em progressão geométrica de razão 2. Um desses ângulos mede:

a) 28°
b) 32°
c) 36°
d) 48°
e) 50°

19. (FGV-SP) A progressão aritmética cujos termos consecutivos sejam os lados de um triângulo retângulo para qualquer valor de **m** é:

a) m, 2m, 3m
b) m, $\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{4}$ m
c) 3m, 4m, 5m
d) 2m, 4m, 8m
e) Nenhuma das anteriores

20. (FATEC-SP) A soma de todos os números naturais que estão entre 10 e 1000 e que dão resto 2 quando divididos por 3 é:

a) 539
b) 593
c) 166485
d) 332970
e) 249728

GABARITOS DAS QUESTÕES

GABARITO - 1							
1	C	7	B	13	C	19	A
2	D	8	B	14	B	20	D
3	A	9	D	15	E	21	C
4	B	10	C	16	D	22	B
5	C	11	D	17	B	23	A
6	E	12	A	18	A	24	D

GABARITO - CONCURSOS E VESTIBULARES I							
1	E	6	C	11	B	16	A
2	D	7	B	12	B	17	C
3	B	8	B	13	D	18	C
4	A	9	B	14	D	19	D
5	A	10	A	15	A	20	B

GABARITO - CONCURSOS E VESTIBULARES II									
1	C	5	B	9	D	13	C	17	A
2	B	6	D	10	A	14	A	18	D
3	D	7	D	11	D	15	B	19	C
4	B	8	A	12	C	16	E	20	C


EdiCase
publicações
A MAIOR VARIEDADE DE SEGMENTOS DE REVISTAS DO BRASIL!
PRESTIGIE SEU JORNALEIRO!
COMPRE NAS BANCAS E REVISTARIAS DE TODO BRASIL.
CULINÁRIA • ARTESANATO • PASSATEMPOS • DIDÁTICAS • PIADAS
MÚSICA • SAÚDE • RELIGIÃO • E TUDO MAIS O QUE VOCÊ IMAGINAR!